



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНА НАУКОВА УСТАНОВА
«ІНСТИТУТ МОДЕРНІЗАЦІЇ ЗМІСТУ ОСВІТИ»

вул. Митрополита Василя Липківського, 36, м. Київ, 03035, тел./факс: (044) 248-25-13

На № _____ від _____

Олександрову В.
foi+request-110845-62b515bc@dostup.pravda.com.ua

Про надання інформації щодо IV етапу
Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики

Шановний пане Валерію!

На Ваш запит про надання інформації щодо IV етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики 2023 року надаємо завдання з розв'язками (додаються).

Також повідомляємо, що результати змагань мають бути затверджені відповідним наказом Міністерства освіти і науки України, який готується, а після його підписання буде оприлюднено і Ви зможете з ним ознайомитись.

Додаток:
завдання з розв'язками

Директор

Євген Баженков

Кремінський Б.Г.
т. 248-18-13



ДНУ "Інститут модернізації змісту освіти"
21/08-644 від 24.04.2023
БАЖЕНКОВ ЄВГЕН ВОЛОДИМИРОВИЧ 24.04.2023 12:32
248197DDFAB977E5040000006ABE00015F7E1604

11 клас Задача 1

1. «На повідку»

З початковою швидкістю v_0 під кутом α до горизонтальної поверхні запустили незаряджене металеве масивне тіло, розмірами та формою якого можна знехтувати. Вслід тілу з точки запуску випливає тонкий металевий дріт, масою якого та силою натягу також можна знехтувати. Знайдіть залежність електричного потенціалу тіла $\varphi(t)$, вважаючи потенціал у точці запуску нульовим. Складова магнітного поля Землі, перпендикулярна до площини, в якій лежить траєкторія тіла, дорівнює B . Прискорення вільного падіння g . У який момент часу та за якого кута α електричний потенціал тіла набуває максимального значення?

Розв'язання.

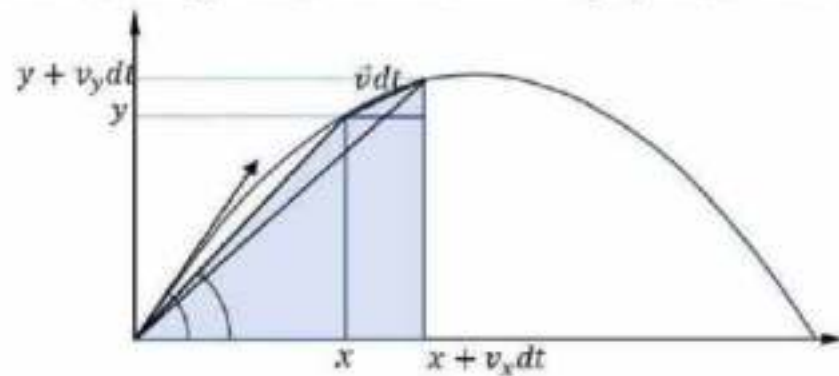
Виходячи з аналізу умови задачі – тіло рухається під дією сили тяжіння.

Рівняння руху тіла під дією сили тяжіння, кинутого під кутом до горизонту, визначаються другим законом Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g}$ і початковими умовами. Положення тіла у будь-який момент часу у площині руху:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t, \\ y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \end{cases}$$

де x – горизонтальна, а y – вертикальна координати.

Дріт рухається, перетинаючи лінії магнітної індукції. На його кінцях наводиться різниця потенціалів. Формула для ЕРС індукції: $\varepsilon_l = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\frac{dS}{dt}$,



де B – складова магнітного поля, перпендикулярна площі, в якій рухається тіло, а dS – площа, яку «замітає» дріт за малий час dt .

Модуль потенціалу у точці знаходження тіла:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{1}{2}B(yv_x - xv_y) \\ &= \frac{1}{4}Bv_{0x}gt^2. \end{aligned}$$

$$\varphi_{max} = \frac{Bv_{0x}v_{0y}^2}{g} = \frac{Bv_0^3}{g} \cos\alpha \sin^2\alpha = \frac{Bv_0^3}{g} (\cos\alpha - \cos^3\alpha) \text{ при } t = \frac{2v_{0y}}{g}.$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \alpha \approx 35,3^\circ, \quad \varphi_{max} = \frac{2Bv_0^2}{3\sqrt{3}g}.$$

Силою натягу дроту знехтувано.

11 клас Задача 2

Задача. У густому тумані, що складається з завислих у повітрі краплинок води радіусу r_0 з концентрацією n , на висоті H над поверхнею землі випадково утворилася крапля води більшого розміру і почала падати вниз без початкової швидкості.

1. Коли крапля зіткнеться з краплинками туману, вони можуть або пружно розсіятися на ній, або злитися з нею. Фізично обґрунтуйте, який із цих варіантів реалізується. Чи зміниться відповідь, якщо замість краплі води в тумані падатиме крапля олії?

2. Знайдіть залежність радіуса краплі від пройденого нею шляху.

3. Знайдіть прискорення краплі, якщо відомо, що воно постійне.

4. Чи зміниться температура краплини у процесі падіння? Якщо так, то наскільки?

Вважайте, що краплі туману мають нехтовно малі швидкості, початковий розмір краплі нехтовно малий у порівнянні з кінцевим, крапля в процесі падіння зберігає кулясту форму. Всі фізичні характеристики води відомі. Опором повітря знехтувати.

Розв'язання.

До зіткнення сумарна поверхнева енергія крапель R і r_0 :

$$E_{\text{пов1}} = 4\pi\sigma(R^2 + r_0^2). \quad (1)$$

Після злиття:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 + \frac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{4}{3}\pi R'^3 \Rightarrow R' = (R^3 + r_0^3)^{1/3}. \quad (2)$$

$$R' = R \left(1 + \frac{r_0^3}{R^3}\right)^{1/3} \approx R + \frac{r_0^3}{3R^2}. \quad (3)$$

Поверхнева енергія краплі:

$$E_{\text{пов2}} = 4\pi\sigma R'^2 \approx 4\pi\sigma \left(R^2 + \frac{2r_0^3}{3R}\right). \quad (4)$$

Очевидно, що краплям енергетично вигідно зливатися в одну краплю.

Або інакше:

$$\begin{aligned} (R^3 + r_0^3)^2 - (R^2 + r_0^2)^3 &= R^2 r_0^2 (2Rr_0 - 3R^2 - 3r_0^2) = \\ &= -R^2 r_0^2 [(R - r_0)^2 + 2R^2 + 2r_0^2] < 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Пройшовши шлях h крапля має радіус R , після цього змістившись на відстань Δh , вона «заметє» об'єм $\pi R^2 \Delta h$.

$$\frac{4}{3}\pi(R + \Delta R)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 \approx 4\pi R^2 \Delta R = n \cdot \pi R^2 \Delta h \cdot \frac{4}{3}\pi r_0^3, \quad (6)$$

де n – концентрація краплин туману.

$$\Delta R = \frac{\pi r_0^3 n}{3} \Delta h. \quad (7)$$

$$R = \frac{\pi r_0^3 n}{3} h = \frac{n V_0}{4} h, \quad (8)$$

де $V_0 = 4\pi r_0^3/3$ – об'єм краплини туману.

Нехай у деякий момент часу крапля має швидкість v , масу m . Тоді за проміжок часу Δt відбудеться така зміна імпульсу системи:

$$mg\Delta t = (m + \Delta m)(v + \Delta v) - mv. \quad (9)$$

$$\Delta m = \pi R^2 v \Delta t \cdot n \cdot \rho V_0, \quad (10)$$

де ρ – густина води.

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho (g\Delta t - \Delta v) = \pi R^2 v \Delta t \cdot n \cdot \rho V_0 \cdot v. \quad (11)$$

Звідки:

$$v^2 = \frac{gh}{3} \left(1 - \frac{a}{g}\right), \quad (12)$$

$$v^2 = 2ah. \quad (13)$$

Отримуємо:

$$a = \frac{g}{7}, \quad v = \sqrt{\frac{2gh}{7}}. \quad (14)$$

За увесь час свого падіння крапля збере всі краплинки туману, що розміщені в конусі висотою H і з радіусом основи, що дорівнює кінцевому радіусу краплі $R_k = V_0 n H / 4$.

Різниця між сумами всіх енергій крапельок туману на початку і поверхневою енергією краплі як цілої та її кінетичною енергією дасть кількість теплоти, що виділяється під час падіння:

$$Q = m_k g H_c + \frac{m_k}{\rho V_0} \sigma \cdot 4\pi r_0^2 - \left(\frac{m_k v_k^2}{2} + \sigma \cdot 4\pi R_k^2 \right), \quad (15)$$

де $m_k = 4\pi R_k^3 \rho / 3$ – кінцева маса краплі, $v_k = \sqrt{2gH/7}$ – її кінцева швидкість, H_c – висота центру мас конуса над поверхнею землі, σ – коефіцієнт поверхневого натягу води. Поверхнева енергія краплі в кінці в R_k/r_0 разів менша за поверхневу енергію всіх крапельок туману, які вона поглинула, тому нею можна знехтувати. Кількість теплоти, що виділилася, дорівнює:

$$Q = m_k \left[g \left(H_c - \frac{H}{7} \right) + \frac{3\sigma}{\rho r_0} \right]. \quad (16)$$

Нехай деяка частина η цієї енергії йде на нагрівання, тому крапля нагріється на

$$\Delta T = \frac{\eta Q}{c m_k} = \frac{\eta g}{c} \left(H_c - \frac{H}{7} \right) + \frac{3\eta \sigma}{c \rho r_0}. \quad (17)$$

Враховуючи, що відстань від основи до центру мас конуса $H_c = H/4$ (це можна отримати шляхом безпосереднього інтегрування), остаточно отримуємо

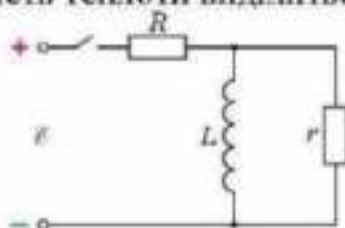
$$\Delta T = \frac{3\eta g}{2c} \left(\frac{H}{14} + \frac{2\sigma}{\rho g r_0} \right). \quad (17^*)$$

Отже: енергетично вигідно, щоб краплини туману зливалися з краплею при зіткненні. Для краплі олії більш вигідне пружне розсіяння. Радіус краплі зростає з пройденим шляхом за законом $R = \frac{\pi r_0^3 n}{3} h$. Прискорення краплі $a = g/7$. Крапля нагріється на

$$\Delta T = \frac{3\eta g}{2c} \left(\frac{H}{14} + \frac{2\sigma}{\rho g r_0} \right).$$

11 клас 3 задача.

У показаному на рисунку колі котушку з індуктивністю L та джерело постійного струму з електрорушійною силою E можна вважати ідеальними. 1. Визначте, який заряд протече через резистор опором r після замикання ключа та яка кількість теплоти виділиться в цьому резисторі. 2. Після встановлення струму в колі всередину котушки швидко ввели осердя, внаслідок чого її індуктивність збільшилася вдвічі. Знов визначте, який заряд протече через резистор r та яка кількість теплоти виділиться в ньому.



Розв'язання:

1. Струм протікає по резистору r тільки під час перехідного процесу після замикання ключа. Після завершення цього процесу, коли сила струму в усіх ділянках кола перестане змінюватися, весь струм протікатиме через котушку (ідеальна котушка не має «омічного опору»).

Під час перехідного процесу у будь який момент сила струму в резисторі R дорівнює $i_r + i_L$.

Напруга на котушці дорівнює $L \frac{di_L}{dt}$; $ri_r = L \frac{di_L}{dt}$. Звідси $ri_r dt = r dq_r = L di_L$:

$$q_r = \frac{L \Delta i_L}{r} = \frac{L}{r} \left(\frac{E}{R} - 0 \right) = \frac{LE}{rR}$$

$$dQ_r = ri_r^2 dt = Li_r di_L$$

$$ri_r + R(i_r + i_L) = E, \text{ маємо } i_r = \frac{E - Ri_L}{R+r}$$

$$\text{Отже: } Q_r = \int_0^{E/R} L \frac{E - Ri_L}{R+r} di_L = \frac{L}{R+r} \left(Ei_L - \frac{Ri_L^2}{2} \right) \Big|_0^{E/R} = \frac{LE^2}{2R(R+r)}$$

2. Після введення осердя магнітний потік залишається незмінним $\Phi = LI$, а сила струму в котушці зменшується до $\frac{E}{2R}$. Далі все аналогічно до пункту 1:

$$q_{r2} = \frac{L \Delta i_{L2}}{r} = \frac{L}{r} \left(\frac{E}{R} - \frac{E}{2R} \right) = \frac{LE}{2rR}$$

$$Q_{r2} = \int_{E/(2R)}^{E/R} L \frac{E - Ri_L}{R+r} di_L = \frac{L}{R+r} \left(Ei_L - \frac{Ri_L^2}{2} \right) \Big|_{E/(2R)}^{E/R} = \frac{LE^2}{6R(R+r)}$$

II клас Задача 4

«Склад ядра». У 1930 р. український фізик-теоретик Дмитро Іваненко у спільній роботі з армянським астрофізиком Віктором Амбарцумяном довів, що ядро атому не може складатися лише з протонів та електронів, як тоді вважалося, а через два роки, відразу після відкриття нейтрону, Дмитро Іваненко запропонував протонно-нейтронну модель ядра і став автором фундаментального положення сучасної ядерної фізики. Виходячи зі старої гіпотези, що ядра усіх атомів складаються тільки з протонів та електронів,

- перевірте можливість стабільного існування вже відомої в ті часи альфа-частинки (ядра атома ${}^4_2\text{He}$).
- Доведіть, що відкритий англійським фізиком Джеймсом Чедвіком нейтрон має бути нестабільним.
- Розгляньте розпад нерухомого нейтрону на протон і електрон і визначить швидкості, які б мали ці частинки після розльоту на велику відстань. В одному з розпадів швидкості протону й електрону виявилися на 10% меншими, ніж розраховані. Висунувши гіпотезу, що під час розпаду виникає нова частинка, нейтрино, оцініть її можливу масу. Маси електрона, протона, нейтрона і альфа-частинки дорівнюють $m_e = 9,10938 \cdot 10^{-31}$ кг, $m_p = 1,672621924 \cdot 10^{-27}$ кг, $m_n = 1,674927498 \cdot 10^{-27}$ кг, $m_\alpha = 6,644657336 \cdot 10^{-27}$ кг. Швидкість світла у вакуумі 299 792 458 м/с.

Розв'язання.

Згідно старої гіпотези альфа-частинка ${}^4_2\text{He}$ мала складатися з чотирьох протонів і двох електронів. Порівняємо сумарну масу цих шести частинок з масою альфа-частинки $m_\alpha = 6,644657336 \cdot 10^{-27}$ кг:

$$4m_p + 2m_e = 6,692309572 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Отримана маса більша за масу альфа-частинки, отже її розпад на них потребує додаткових затрат енергії згідно з формулою Ейнштейна і її самостійний розпад заборонений.

Маса нейтрона $m_n = 1,674927498 \cdot 10^{-27}$ кг більша за суму мас протона і електрона

$$m_p + m_e = 1,673532862 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Отже, нейтрону енергетично вигідно розпастися на протон і електрон.

Енергія, яка виділяється, коли нейтрон розпадається лише на протон і електрон:

$$E = \Delta mc^2 = (m_n - (m_p + m_e)) c^2 = 1,253436327 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

йде на кінетичні енергії частинок на великій відстані, коли потенціальною енергією їх взаємодії можна знехтувати. Закони збереження імпульсу і енергії:

$$0 = m_p v_p - m_e v_e,$$

$$E = \frac{m_p v_p^2}{2} + \frac{m_e v_e^2}{2},$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2E}{m_p + m_e} \frac{m_e}{m_p}} \approx 285624 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 286 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2E}{m_p + m_e} \frac{m_p}{m_e}} \approx 5,2445 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Очевидно, що задачу слід розв'язувати за формулами теорії відносності.

Закони збереження імпульсу і енергії:

$$0 = \frac{m_p v_p}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}} - \frac{m_e v_e}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}}$$

$$m_n c^2 = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}} + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}}$$

$$v_e = c \frac{\sqrt{(m_n^2 - (m_p + m_e)^2)(m_n^2 - (m_p - m_e)^2)}}{m_n^2 + m_e^2 - m_p^2} \approx 2,7537 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$v_p \approx 379 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Розглянемо розпад нейтрона на протон, електрон і антинейтрино. Припустимо, що кут розльоту протона і електрона дорівнює α .

$$\vec{p}_\nu = -\vec{p}_p - \vec{p}_e$$

$$p_\nu^2 = p_p^2 + p_e^2 - 2p_p p_e \cos \alpha$$

$$m_n c^2 = E_p + E_e + E_\nu$$

$$E_\nu = m_n c^2 - E_p - E_e$$

$$m_\nu^2 c^4 = E_\nu^2 - p_\nu^2 c^2 = (m_n c^2 - E_p - E_e)^2 - p_p^2 c^2 - p_e^2 c^2 + 2p_p p_e c^2 \cos \alpha$$

Як бачимо найбільше значення маси відповідає $\cos \alpha = +1$. Підставляючи зменшені на 10 % значення швидкостей протона і електрона, отримуємо обмеження на масу антинейтрино: $m_\nu^2 c^4 \leq 1,20 \cdot 10^{-27} \text{ Дж}^2$.

10 клас

Задача № 1

Краплі дощу падають вертикально вниз зі швидкістю v_1 , яка вважається сталою. Кількість крапель в 1 м^3 – n . Автомобіль їде під дощем по горизонтальній прямій дорозі зі сталою швидкістю v_2 . Переднє й заднє скло автомобіля є плоскими, мають площу S , їхні площини утворюють кут α з вертикаллю (рис. 1). Скільки крапель дощу падає на переднє та заднє скло за одиницю часу? На основі загальної формули розглянути граничні випадки $v_2 = 0$, $v_2 \ll v_1$, $\alpha = 0$, $\alpha = \pi/2$ та якісно пояснити отримані результати.

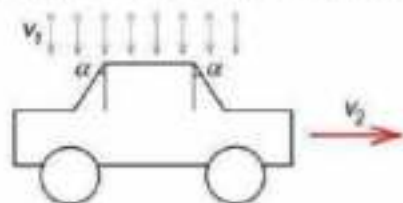


Рис. 1

Розв'язок

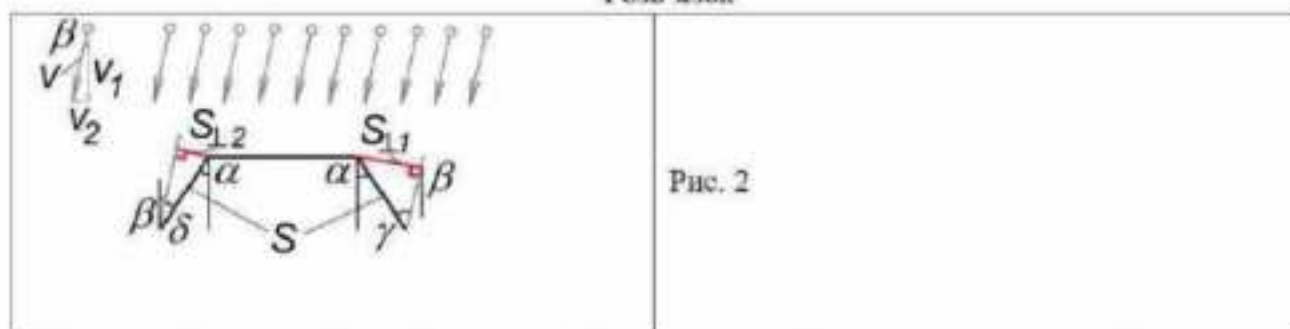


Рис. 2

У системі відліку, пов'язаній з автомобілем краплі набувають горизонтальної компоненти швидкості v_2 і, відповідно, падають під кутом $\beta = \arctg \frac{v_2}{v_1}$ до нормалі (рис. 2) зі швидкістю

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}.$$

На переднє скло потрапляють усі краплі, що проходять через поверхню $S_{11} = S \sin \gamma$, на заднє – краплі, що проходять через поверхню $S_{12} = S \sin \delta$ (рис. 2). Густина потоку крапель nv , за одиницю часу на переднє скло впаде $N_1 = nvS \sin \gamma$ крапель, на заднє – $N_2 = nvS \sin \delta$, (справедливо за умови) $\beta < \alpha$ (рис. 2), інакше $N_2 = 0$.

З рисунку: $\gamma = \alpha + \beta$, $\delta = \alpha - \beta$.

$$N_1 = nvS \sin(\alpha + \beta) = nvS (\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha) = nS(v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha);$$

$$N_2 = \begin{cases} nS(v_1 \sin \alpha - v_2 \cos \alpha), & v_1 \sin \alpha \geq v_2 \cos \alpha, \\ 0, & v_1 \sin \alpha < v_2 \cos \alpha. \end{cases}$$

При $v_2 = 0$ $N_1 = N_2 = nSv_1 \sin \alpha$, тобто на переднє й заднє скло падає однакова кількість крапель, як і має бути, виходячи з симетричної форми автомобіля (рис. 1).

При $v_2 \ll v_1$ $N_2 = 0$, $N_1 \approx nSv_2 \cos \alpha$: автомобіль їде настільки швидко, що сприймає краплі дощу як нерухомі предмети.

При $\alpha = 0$ $N_2 = 0$, $N_1 = nSv_2 \cos \alpha$. Якби автомобіль не рухався, краплі взагалі не потрапляли б на стекла.

При $\alpha = \pi/2$ $N_1 = N_2 = nSv_1$. Обидва скла розташовані горизонтально, тому рух автомобіля не впливає на кількість крапель, які на них падають.

Цифровий фотоапарат наводять на різкість на точки деякого об'єкту, віддалені на 3 м від об'єктива з фокусною відстанню 28 мм та діафрагмовим числом 1,8 (відношення фокусної відстані до діаметра об'єктива). Зображення реєструється фоточутливою матрицею розміром 36x24 мм, зберігається у вигляді файлу і друкується за допомогою спеціального принтера на фотопапері розміром 15x10 см. Фотографію людина розглядає з відстані найкращого зору. 1) Визначити, яку мінімальну кількість пікселів повинна мати матриця, щоб забезпечити спостереження найдрібніших елементів зображення, які може побачити людина на фото. Вважати, що, найменший кут між напрямками на дві точки, які людина розрізняє як окремі, складає $1'$. 2) Оцініть, на якій мінімальній та максимальній відстані від об'єктива можуть знаходитися точки об'єкта, щоб людина не побачила погіршення різкості зображення. 3) Виконайте другий пункт для камери мобільного телефону, у якого усі лінійні параметри зменшені в 6 разів.

Об'єктив камери можна наближено розглядати в якості лінзи. Вважати, що об'єктив та принтер є ідеальними і не погіршують якість зображення.

Розв'язок:

Введемо позначення $d=3000$ мм, $F=28$ мм, $k=\frac{F}{D_{об}}=1,8$, $a'=36$ мм, $b'=24$ мм, $a=150$ мм, $b=100$ мм (для спрощення розрахунків будемо вести в мм).

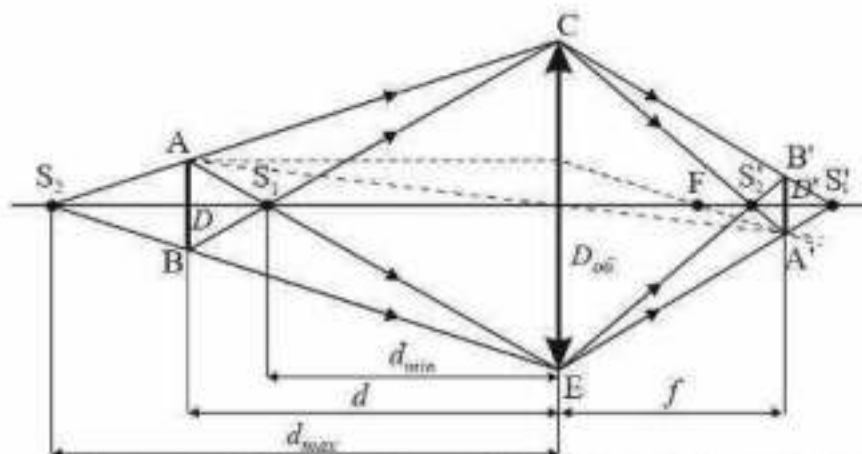
1) Найменший кут між напрямками на дві точки, які людина розрізняє як окремі, у радіанах: $\varphi = \frac{\pi}{180 \cdot 60} = 2,91 \cdot 10^{-4}$ (рад). Відстань між цими точками на кінцевій фотографії: $\Delta a = \Delta b = l_0 \varphi$, де $l_0=250$ мм – відстань найкращого зору. Це і буде розмір найдрібнішого елемента фотографії. Мінімальна необхідна кількість пікселів на фотографії, а отже і на фоточутливій матриці становить:

$$N = \frac{a}{\Delta a} \frac{b}{\Delta b} = \frac{ab}{(l_0 \varphi)^2} = 2,83 \cdot 10^6.$$

Подальше збільшення кількості пікселів, яке ми можемо спостерігати у всіх сучасних фотоапаратах, не буде давати покращення у чіткості зображення. Однак це дає можливість вирізати у графічному редакторі частину зображення без погіршення якості.

2) Розмір одного пікселя на фоточутливій матриці становить:

$$\Delta a' = \Delta b' = \frac{a'}{a} \Delta a = \frac{a' l_0 \varphi}{a}. \quad (1)$$



Якщо зображення деякої точки в площині матриці буде представляти собою пляму, діаметр D' якої не перевищує $\Delta a'$, то спостерігач на фотографії буде сприймати її як точку. У граничному випадку $D' = \Delta a'$.

Розглянемо перпендикулярний головній оптичній осі об'єкт діаметром D на відстані d від об'єктива, який дає чітке зображення діаметром D' на відстані f у площині матриці. Виберемо точку S_1 на головній оптичній осі таким чином, щоб вона лежала на промені, що одночасно проходить через край об'єкта A та об'єктива E . Промені, що виходять з S_1 , після заломлення перетинаються за матрицею, а у площині матриці дають круг діаметром D' . Ця точка визначає мінімальну відстань d_{\min} , на якій можна одержати чітке зображення. Аналогічним чином визначається положення точки S_2 , що лежить на максимальній відстані d_{\max} для одержання чіткого зображення.

З подібності трикутників:

$$\Delta S_1 AB \sim \Delta S_1 EC \Rightarrow \frac{D}{D_{\text{об}}} = \frac{d - d_{\min}}{d_{\min}} \Rightarrow d_{\min} = \frac{d}{1 + z};$$

$$\Delta S_2 AB \sim \Delta S_2 CE \Rightarrow \frac{D}{D_{\text{об}}} = \frac{d_{\max} - d}{d_{\max}} \Rightarrow d_{\max} = \frac{d}{1 - z}, \quad \text{де } z = \frac{D}{D_{\text{об}}}.$$

З формули тонкої лінзи $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, збільшення $\Gamma = \frac{D'}{D} = \frac{f}{d}$ та формули (1)

$$\text{одержуємо з урахуванням } d \gg F: \quad z = \frac{(d - F) a' l_0 \varphi}{F D_{\text{об}}} \approx \frac{ka' dl_0 \varphi}{F^2 a} \approx 0,120, \quad (2)$$

Шукані відстані рівні: $d_{\min} = 2680 \text{ мм} = 2,68 \text{ м}$, $d_{\max} = 3410 \text{ мм} = 3,41 \text{ м}$.

3) Для камери мобільного телефону у формулі (2) зменшується у $\beta = 6$ разів дві величини – фокусна відстань та ширина матриці. Тоді:

$$z' = \frac{\beta ka' dl_0 \varphi}{F^2 a} = \beta z \approx 0,720,$$

$$d'_{\min} = 1740 \text{ мм} = 1,74 \text{ м}, \quad d'_{\max} = 10710 \text{ мм} = 10,71 \text{ м}.$$

Область різкого зображення широка, тому, на відміну від дзеркальних фотокамер, при фотографуванні мобільним телефоном не є дуже важливим фокусуватися на певний об'єкт, якщо він звичайно не розташований близько від телефону. **Відповідь:** 1) $N = 2,83 \cdot 10^6$; 2) $d_{\min} = 2,68 \text{ м}$, $d_{\max} = 3,41 \text{ м}$;

$$3) \quad d'_{\min} = 1,74 \text{ м}, \quad d'_{\max} = 10,71 \text{ м}.$$

Задача № 3

Вагон рухається з постійною швидкістю прямолінійною залізничною колією повз перон залізничної станції, на якому знаходиться Адам. Адам чує постукування коліс вагона об стики рейок з інтервалом часу $\Delta t_1 = 1,85$ с, коли вагон наближається до перону, і з інтервалом часу $\Delta t_2 = 2,15$ с, коли вагон віддаляється від нього.

1) Через які інтервали часу чує це ж постукування Єва, яка їде у другому вагоні паралельними рейками назустріч першому вагону з удвічі більшою швидкістю?

2) Розгляньте ситуацію, коли Єва летить на літаку зі звуковою швидкістю перпендикулярно до рейок низько над поверхнею землі. За яких умов вона може чути постукування коліс вагона? Вважаючи, що її початкова відстань до рейок є значно більшою за відстань від вагона до станції і за довжину рейки, знайдіть, через які проміжки часу вона чує постукування коліс.

3) Знаючи, що довжина рейки $L = 50$ м, знайдіть швидкість звуку в повітрі під час спостережень.

Розв'язання.

1) Нехай довжина рейки L , швидкість першого вагона v , швидкість звуку в повітрі c . У вагона є дві пари коліс, тому Адам і Єва чують завжди спарені звуки: удар від передніх коліс, потім від задніх. Але вони заміряють інтервали часу між ударами лише передніх або лише задніх коліс. В системі відліку, що пов'язана з вагоном, удари коліс об стики рейок відбуваються через інтервали часу $\Delta t_0 = L/v$.

Спочатку розглянемо наближення вагона до перону. Нехай x_1 – це відстань від стиків рейок, об який відбувся черговий удар коліс, до Адама. Тоді за час $t_1 = x_1/c$ звук досягне Адама. Наступний удар відбудеться через Δt_0 після першого, а звукові знадобиться $t'_1 = (x_1 - L)/c$, щоб дійти до Адама. Тому інтервал часу між ударами, які почує Адам, буде

$$\Delta t_1 = \Delta t_0 + t'_1 - t_1 = \frac{L}{v} - \frac{L}{c} = \Delta t_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right), \quad (1)$$

Аналогічно розглянемо випадок, коли вагон віддаляється. Якщо черговий стик рейок знаходиться на відстані x_2 , то звук від удару йтиме $t_2 = x_2/c$ до Адама. А звук від наступного удару йтиме $t'_2 = (x_2 + L)/c$. Тому проміжок часу між ударами, який зареєструє Адам, буде

$$\Delta t_2 = \Delta t_0 + t'_2 - t_2 = \frac{L}{v} + \frac{L}{c} = \Delta t_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right), \quad (2)$$

З формул (1) і (2) виразимо відношення швидкостей та інтервал часу Δt_0 :

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\Delta t_1 + \Delta t_2}, \quad \Delta t_0 = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2}, \quad (3)$$

Тепер розглянемо ситуацію з точки зору Єви, що їде назустріч у другому вагоні з удвічі більшою швидкістю. Знову спочатку розглянемо їх зближення. Нехай x_3 – відстань від деякого стиків рейок до Єви в той момент, коли об цей стик відбувся удар коліс першого вагона. Щоб досягти Єви, звукові треба $t_3 = x_3/(c + 2v)$. Через Δt_0 відбудеться наступний удар, але в цей момент відстань від стиків рейок до Єви буде вже $x'_3 = x_3 - 3v \cdot \Delta t_0 = x_3 - 3L$. Відповідно, час на те, щоб звук дійшов до Єви, $t'_3 = x'_3/(c + 2v)$. Тому Єва зареєструє стукіт з інтервалом часу

$$\Delta t_3 = \Delta t_0 + t'_2 - t_3 = \frac{L}{v} - \frac{3L}{c+2v} = \Delta t_0 \frac{c-v}{c+2v}. \quad (4)$$

Аналогічно, у випадку віддалення матимемо

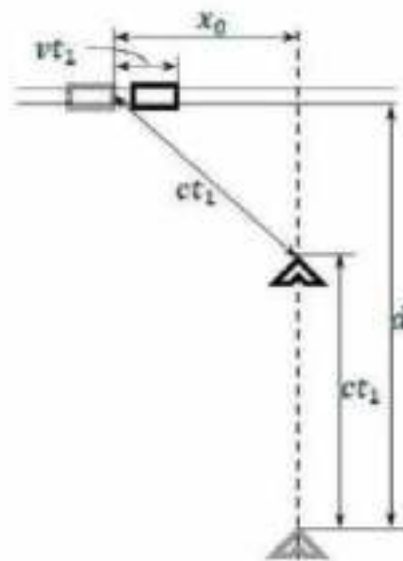
$$\Delta t_4 = \frac{L}{v} + \frac{3L}{c-2v} = \Delta t_0 \frac{c+v}{c-2v}, \quad (5)$$

$$\Delta t_3 = \Delta t_1 \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{3\Delta t_2 - \Delta t_1}, \quad \Delta t_4 = \Delta t_2 \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{3\Delta t_1 - \Delta t_2}. \quad (6)$$

Оскільки $\Delta t_2 > \Delta t_1 > 0$, то перший вираз завжди має зміст. Знаменник другого виразу (для Δt_4) може обернутися в нуль, якщо $3\Delta t_1 = \Delta t_2$. Але тоді з формул (1) і (2) слідує, що $v = c/2$ і другий вагон з Свою рухається зі швидкістю звуку. Тоді звук не зможе наздогнати Єву і час між ударами для нього буде нескінченним.

Для $\Delta t_1 = 1,85$ с і $\Delta t_2 = 2,15$ с матимемо $\Delta t_3 \approx 1,60$ с, $\Delta t_4 = 2,53$ с.

(2) Розглянемо тепер ситуацію, коли Єва летить на літаку зі швидкістю звуку перпендикулярно до рейок, по яких їде вагон, і низько над поверхнею землі, так що



висотою будемо нехтувати. Нехай у початковий момент часу $t = 0$ відбувся черговий удар коліс вагона об стик рейок, при цьому вагон знаходиться на деякій відстані x_0 від уявної точки перетину траєкторій вагона і літака, а літак перебуває на відстані d від цієї точки. За умовою, $d \gg L, x_0$. Розміщення вагона і літака у початковий момент часу показані на рисунку сірим кольором. Нехай звук досяг Єви у деякий момент часу t_1 . Розміщення літака і вагона у цей момент часу зображені на рисунку чорним. Тоді за теоремою Піфагора маємо рівняння для знаходження t_1 :

$$(d - ct_1)^2 + x_0^2 = (ct_1)^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{d^2 + x_0^2}{2cd}. \quad (7)$$

Наступний удар коліс відбудеться через $\Delta t_0 = L/v$ від першого. Нехай звук дійде до Єви у момент часу t_2 , тоді матимемо рівняння

$$(d - ct_2)^2 + (x_0 - L)^2 = c^2 \left(t_2 - \frac{L}{v} \right)^2, \quad (8)$$

$$t_2 = \frac{L}{v} + \frac{\left(d - \frac{c}{v}L \right)^2 + (x_0 - L)^2}{2c \left(d - \frac{c}{v}L \right)}. \quad (9)$$

звук від $(n + 1)$ -го удару прийде у момент часу

$$t_{n+1} = n \frac{L}{v} + \frac{\left(d - n \frac{c}{v} L\right)^2 + (x_0 - nL)^2}{2c \left(d - n \frac{c}{v} L\right)}. \quad (10)$$

Інтервал часу між n -м і $(n+1)$ -м ударами буде дорівнювати:

$$\Delta t_n = \frac{L}{v} + \frac{d_n^2 + x_n^2}{2cd_n} - \frac{d_{n-1}^2 + x_{n-1}^2}{2cd_{n-1}}, \quad (11)$$

де $d_n = d - ncL/v$, $x_n = x_0 - nL$.

$$\Delta t_n = \frac{L}{2v} + \frac{1}{2c} \left(\frac{x_n^2}{d_n} - \frac{x_{n-1}^2}{d_{n-1}} \right). \quad (12)$$

З рівняння (10) бачимо, що звук від $(n+1)$ -го удару може дійти до Єви лише якщо $d > n \frac{c}{v} L$, інакше другий доданок буде від'ємним (що є стороннім коренем, бо в такому разі звук просто ніколи не наздожене літак). Єва буде чути стукіт коліс лише до тих пір, поки її літак не перетне рейки. Таким чином, від початкового моменту Єва може почути лише скінченну кількість ударів.

Коли літак перебуває все ще на великій відстані від рейок, другим доданком у рівнянні (12) можна знехтувати і ми отримасмо, що Єва чутиме постукування через інтервали часу

$$\Delta t \approx \frac{L}{2v} = \frac{\Delta t_0}{2} = 1 \text{ с}, \quad (13)$$

тобто вдвічі частіше, ніж вони відбуваються насправді. Це узгоджується з формулою для акустичного ефекту Доплера. У даному випадку джерело звуку можна вважати нерухомим, а приймач рухається назустріч звуку зі звуковою швидкістю, тому $\Delta t = \Delta t_0 \frac{c+0}{c+c} = \Delta t_0/2$. Другий доданок у рівнянні (12), яким ми знехтували, є від'ємним, якщо вагон наближається до перехрестя, і додатним, якщо віддаляється від нього. Тому справжнє значення Δt буде трошки меншим (більшим) у випадку наближення (віддалення) вагона. Коли літак буде вже близько до перехрестя, то другий доданок у рівнянні (12) буде додатним незалежно від того наближається вагон до перехрестя, чи віддаляється. Тому проміжки часу між ударами спочатку приблизно однакові і дорівнюють $\Delta t_0/2$, а потім поступово зростають при наближенні літака до рейок, і зрештою ударів стає зовсім не чути після перетину рейок.

(3) Знаючи довжину рейки, з формул (3) знайдемо швидкість звуку в повітрі:

$$c = \frac{2L}{\Delta t_2 - \Delta t_1} = \frac{100}{0,3} \approx 333,3 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right). \quad (14)$$

Відповідь. (1) Єва реєструватиме стук з інтервалами часу $\Delta t_3 = \Delta t_1 \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2\Delta t_2 - \Delta t_1} \approx 1,6 \text{ с}$, та

$\Delta t_4 = \Delta t_2 \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2\Delta t_1 - \Delta t_2} \approx 2,53 \text{ с}$ у випадку наближення і віддалення вагонів, відповідно. (2)

Єва може чути удари коліс лише коли літак наближається до рейок. Коли вона перебуває на великій відстані від рейок, інтервали часу між ударами $\Delta t \approx \frac{\Delta t_0}{2} = 1 \text{ с}$,

при наближенні до перехрестя ці проміжки часу ростуть. (3) Швидкість звуку в повітрі $c \approx 333 \text{ м/с}$

Задача № 4

Трикутниками Серпінського 1-го, 2-го і 3-го порядків називаються фігури, зображені на рис. 1, рис. 2 і рис. 3 відповідно. Трикутники Серпінського вищих порядків складаються аналогічно: додаванням в середину кожного бічного найменшого трикутника ще одного, в два рази меншого. До пари вершин трикутників, зроблених з металевого дроту однакової товщини, приєднують контакти (як на рисунках) і пропускають постійний електричний струм. Нехай опір відрізка дроту, з якого виготовлена сторона найбільшого трикутника, дорівнює r для трикутників усіх порядків. Яким буде опір кола, складеного з трикутників Серпінського усіх порядків, починаючи з нульового (який є правильним трикутником), з'єднаних послідовно?

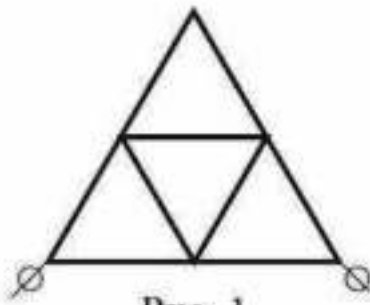


Рис. 1

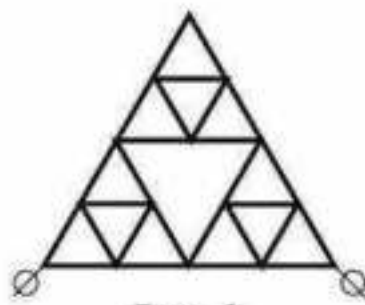


Рис. 2

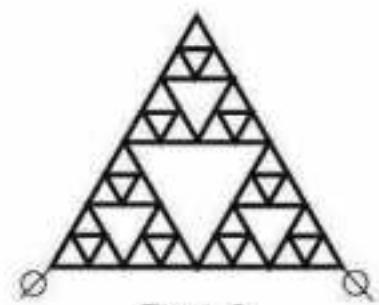


Рис. 3

Розв'язок

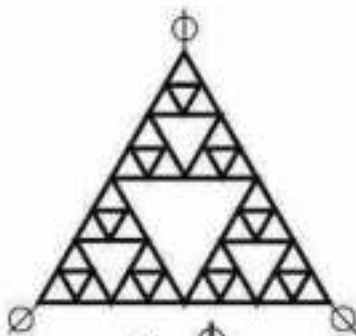


Рис. 1

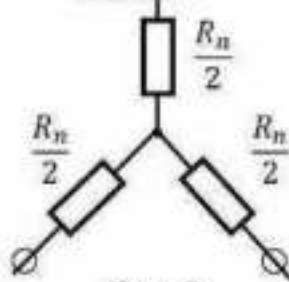


Рис. 2

Усі трикутники Серпінського симетричні щодо повороту на 120 градусів і розглянемо схему підключення довільного трикутника у всіх трьох вершинах (рис. 1).

Очевидно, що опір між будь-якою парою контактів буде однаковим. Так як опори однакові, будь-яку схему типу трикутника Серпінського можна замінити еквівалентною симетричною схемою типу «зірка» без зміни опору для всіх пар контактів (рис. 2). Якщо опір трикутника – R_n , то опір відповідного резистора в еквівалентній схемі – $R_n/2$.

Трикутник Серпінського порядку n складається з трьох трикутників вдвічі меншого розміру порядку $n-1$ (рис. 1). Оскільки опір електричного кола, складеного з дроту однакової товщини, пропорційний його масштабу, зменшення трикутника в 2 рази призведе до зменшення його опору в 2 рази відповідно. Таким чином, трикутник Серпінського порядку n , опором R_n , можна представити у вигляді еквівалентної схеми (рис. 3), де опір кожного резистора на схемі – $R_{n-1}/4$.

Опір між будь-якою парою контактів такої схеми (R_n) легко порахувати, вона складатиметься тільки з послідовно і паралельно з'єднаних резисторів:

$$R_n = 2 \cdot \frac{R_{n-1}}{4} + \frac{1}{\frac{1}{4 \cdot \frac{R_{n-1}}{4}} + \frac{1}{2 \cdot \frac{R_{n-1}}{4}}} = \frac{R_{n-1}}{2} + \frac{R_{n-1}}{3} = \frac{5}{6} R_{n-1}$$

$$R_n = \left(\frac{5}{6}\right)^n R_0$$

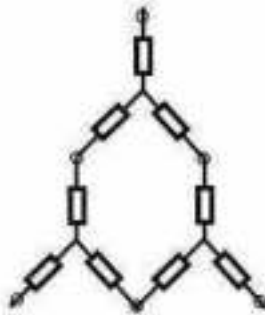


Рис. 3

R_0 - опір між вершинами правильного трикутника, опір сторони якого r .

$$R_0 = 2r/3. \quad R_n = \frac{2}{3} \left(\frac{5}{6}\right)^n r.$$

При $n \rightarrow \infty$, $R_n \rightarrow 0$, тобто фігура, що називається фракталом Серпінського, має нульовий опір.

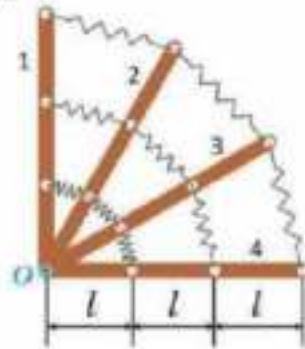
При послідовній заміні всіх трикутників Серпінського послідовно, їх опори додаються і ми отримаємо суму нескінченної геометричної прогресії:

$$R = R_0 + R_1 + R_2 + \dots = \frac{2}{3} r \cdot \left(1 + \frac{5}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \dots\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{5}{6}} \cdot r = 4r.$$

Відповідь: Опір ланцюга, зібраного з трикутників: $R = 4r$.

9 клас. Задача №1

1. Однакові горизонтальні стрижні 1–4 можуть обертатися навколо вертикальної осі O . Довжина стрижнів $3l$. Стрижні з'єднують, як показано на рисунку, дев'ятьма однаковими пружинами, а після цього відпускають. Довжина кожної пружини в недеформованому стані дорівнює l . Визначте кут між стрижнями 1 і 4 після встановлення рівноваги. Тертя в системі дуже мале. Вважайте, що пружини можуть як зменшувати так і збільшувати свою довжину, але не можуть вигинатися.



Розв'язання.

Для рівноваги стрижня 1: сума моментів трьох сил пружинності пружин має дорівнювати нулю. Плечі цих сил відносяться як $1 : 2 : 3$ (в загальному випадку вони не дорівнюють $l, 2l, 3l$). Позначимо ці плечі сил $d, 2d, 3d$; позначимо довжину найкоротшої пружини (найближчої до осі O) через x , а жорсткість пружин через k . З подібності трикутників, утворених сусідніми стрижнями та пружинами між ними, випливає, що довжина решти пружин буде відповідно $2x$ і $3x$. Найкоротша пружина стиснута ($x < l$), а найдовша пружина розтягнена ($3x > l$). Умова рівноваги:

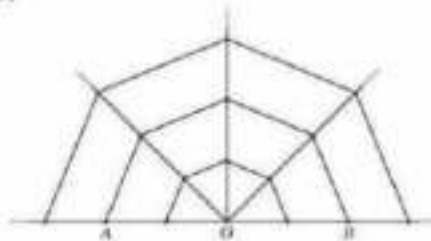
$$k(x - l) \cdot d + k(2x - l) \cdot 2d + k(3x - l) \cdot 3d = 0. \quad x = \frac{3}{7}l.$$

Стрижні утворюють кут α , з рівнобедреного трикутника зі сторонами l, l і $\frac{3}{7}l$ отримуємо $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{14}$, $\alpha = 24,75^\circ$. Кут між стрижнями 3 і 4 буде такий самий.

З умови рівноваги стрижня 2 або стрижня 3 легко побачити, що кут між стрижнями 2 і 3 теж дорівнює α . Отже, кут між стрижнями 1 і 4 дорівнює 3α , тобто $74,2^\circ$.

Задача №2

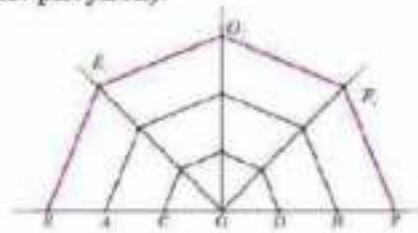
Юні дослідники знайшли павутиння досі невідомого павука. Павутиння містило дуже багато концентричних «кіл». Проте недосвідчені дослідники змогли акуратно вирізати тільки трохи більше ніж половину павутиння (див. рисунок), а також окремі «нитки». Було встановлено дивні факти: «нитки» виявилися електропровідними, при цьому електричний опір кожної з них $r = 10$ Ом (хоч довжина «ниткою» різні). Четверо дослідників і дослідниць оцінили електричний опір R павутиння між точками A і B , кожний своїм методом. Їхні результати: у Галини $R = 9 \pm 3$ (Ом), у Ігоря $R = 12 \pm 5$ (Ом), у Катерини $R = 17 \pm 4$ (Ом), у Дмитра $R = 10 \pm 2$ (Ом). Хто з дослідників може мати рацію?



Розв'язання.

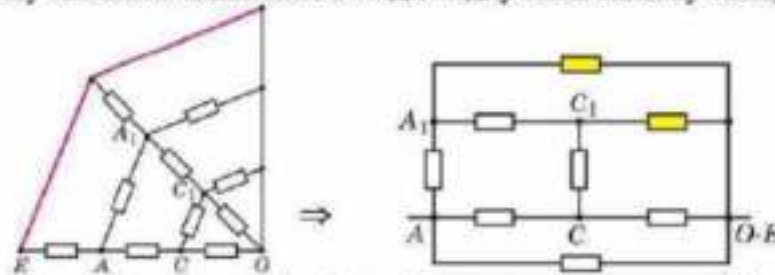
Оцінимо верхню та нижню межі можливих значень R . Очевидно, що усі вузли кола на одній вертикалі з вузлом O мають однакові потенціали, тому їх можна об'єднати, видаливши проміжні «нитки» кола. Цей об'єднаний вузол ділимо коло на дві

симетричні частини, опір кожної з яких $R/2$. Далі виділимо «червоне півколо» $EE_1, E_1O_1, O_1F_1, F_1F$ між вузлами E, F (див. рисунок).



1. Якщо зменшити опір «ниток» $EE_1, E_1O_1, O_1F_1, F_1F$ до нуля, то загальний опір половини кола теж зменшиться від $R/2$ до $R_{\min}/2$. Зазначимо, що в цьому випадку фактично випадає вся закорочена зовнішня частина кола, а потенціал вузла E збігається з потенціалом вузла O .

Зобразимо схему лівої половини кола та відповідну еквівалентну схему. E_1



На еквівалентній схемі жовтим зафарбовані резистори з опором $r/2$, усі інші резистори мають опір r .

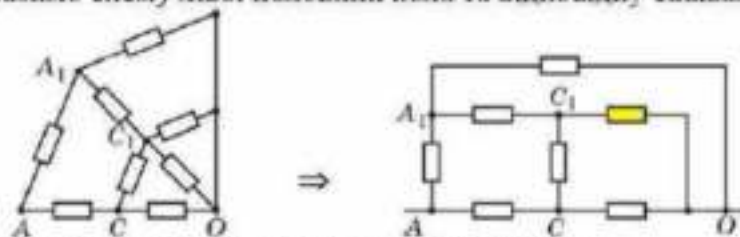
Нехай потенціал точки O дорівнює нулю, точки ж A, A_1, C_1, C мають відповідно потенціали $U, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Для кожного з вузлів A_1, C_1, C : алгебраїчна сума сил струмів має дорівнювати нулю.

$$\begin{cases} \frac{U - \varphi_1}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r} - \frac{2\varphi_1}{r} = 0, \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} + \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{r} - \frac{2\varphi_2}{r} = 0, \\ \frac{U - \varphi_3}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r} - \frac{\varphi_3}{r} = 0, \\ \varphi_1 = \frac{12}{41}U, \varphi_2 = \frac{7}{41}U, \varphi_3 = \frac{16}{41}U. \end{cases}$$

Загальна сила струму, що протікає між вузлами A та $O - E$, становить $I = \frac{95U}{41r}$.

$R_{\min} = \frac{2U}{I} = \frac{82}{95}r \approx 8,63$ Ом. Зрозуміло, що справжнє значення R є більшим.

2. Якщо збільшити опір «ниток» $EE_1, E_1O_1, O_1F_1, F_1F$ та всіх відповідних зовнішніх ниток у багато разів (формально — до нескінченності), то загальний опір половини кола теж збільшиться від $R/2$ до $R_{\max}/2$. У цьому випадку зовнішня частина кола фактично теж випадає. Зобразимо схему лівої половини кола та відповідну еквівалентну схему.



Зберігаючи зазначені вище позначення потенціалів точок :

$$\begin{cases} \frac{U - \varphi_1}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r} - \frac{\varphi_1}{r} = 0, \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} + \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{r} - \frac{2\varphi_2}{r} = 0, \\ \frac{U - \varphi_3}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r} - \frac{\varphi_3}{r} = 0, \\ \varphi_1 = \varphi_3 = \frac{2}{5}U, \varphi_2 = \frac{1}{5}U. \end{cases}$$

Загальна сила струму, що протікає між вузлами A та O , становить $I = \frac{6I}{5r}$. Отже,
 $R_{\max} = \frac{5}{3}r \approx 16,67 \text{ Ом}$.

Підсумуюсмо отримані результати:

$$R = 12,65 \pm 4,02 \text{ (Ом)}$$

Порівняння показує, що відповідь Ігоря (опір між 7 і 17 Ом) є єдиною правильною, хоч і поступається за точністю отриманим вище результатам.

Задача № 3

Краплі дощу падають вертикально вниз зі швидкістю v_1 , яка вважається сталою. Кількість крапель в 1 м^3 – n . Автомобіль їде під дощем по горизонтальній прямій дорозі зі сталою швидкістю v_2 . Переднє й заднє скло автомобіля є плоскими, мають площу S , їхні площини утворюють кут α з вертикаллю (рис. 1). Скільки крапель дощу падає на переднє та заднє скло за одиницю часу? На основі загальної формули розглянути граничні випадки $v_2 = 0$, $v_2 \square v_1$, $\alpha = 0$, $\alpha = \pi/2$ та якісно пояснити отримані результати.

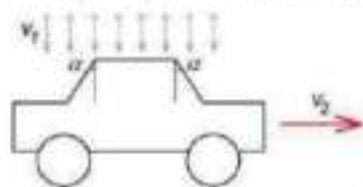


Рис. 1

Розв'язок

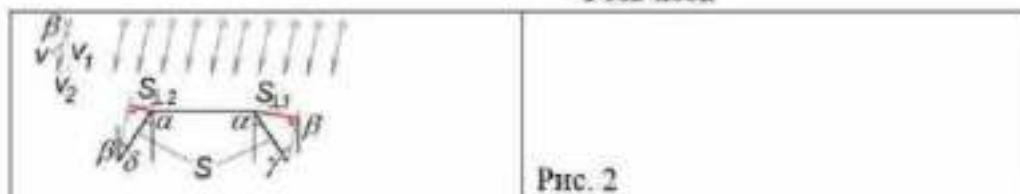


Рис. 2

У системі відліку, пов'язаній з автомобілем краплі набувають горизонтальної компоненти швидкості v_2 і, відповідно, падають під кутом $\beta = \text{arctg} \frac{v_2}{v_1}$ до нормалі (рис. 2) зі швидкістю $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.

На переднє скло потрапляють усі краплі, що проходять через поверхню $S_{11} = S \sin \gamma$, на заднє – краплі, що проходять через поверхню $S_{22} = S \sin \delta$ (рис. 2). Густина потоку крапель nv , за одиницю часу на переднє скло впаде $N_1 = nvS \sin \gamma$ крапель, на заднє – $N_2 = nvS \sin \delta$, (справедливо за умови) $\beta < \alpha$ (рис. 2), інакше $N_2 = 0$.

З рисунку: $\gamma = \alpha + \beta$, $\delta = \alpha - \beta$.

$$N_1 = nvS \sin(\alpha + \beta) = nvS(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha) = nS(v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha);$$

$$N_2 = \begin{cases} nS(v_1 \sin \alpha - v_2 \cos \alpha), & v_1 \sin \alpha \geq v_2 \cos \alpha, \\ 0, & v_1 \sin \alpha < v_2 \cos \alpha. \end{cases}$$

При $v_2 = 0$ $N_1 = N_2 = nSv_1 \sin \alpha$, тобто на переднє й заднє скло падає однакова кількість крапель, як і має бути, виходячи з симетричної форми автомобіля (рис. 1).

При $v_2 \square v_1$ $N_2 = 0$, $N_1 \approx nSv_2 \cos \alpha$: автомобіль їде настільки швидко, що сприймає краплі дощу як нерухомі предмети.

При $\alpha = 0$ $N_2 = 0$, $N_1 = nSv_2 \cos \alpha$. Якби автомобіль не рухався, краплі взагалі не потрапляли б на стекла.

При $\alpha = \pi/2$ $N_1 = N_2 = nSv_1$. Обидва скла розташовані горизонтально, тому рух автомобіля не впливає на кількість крапель, які на них падають.

Задача № 4

Згідно з легендою, Архімету, захищаючи рідні Сиракузи, вдалося підпалити ворожі кораблі за допомогою сонячного світла. Найбільш ймовірно, що відполіровані плоскі щити були використані як дзеркала, якими зібрані в одному місці відбиті сонячні промені. У 1973 р. у Греції завалили просмолений фанерний макет корабля (що знаходився на відстані 50 м від дзеркал, використавши всього 70 дзеркал розмірами як великі щити).

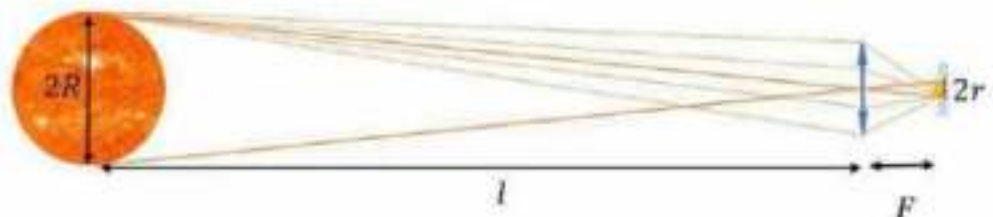
А) Уявіть, що Вам, щоб запалити вогонь, треба не у 70, а у 100 разів збільшити концентрацію сонячної енергії, але замість дзеркал є лише шматок льоду, з якого можна зробити збиральну лінзу. Яким має бути відношення фокусної відстані цієї лінзи до її діаметра? Вважатимемо, що все сонячне випромінювання, що падає на лінзу, проходить через неї без втрат, а лінза і мішень орієнтовані перпендикулярно напрямку на Сонце. Радіус Сонця $R = 700$ тис. км, відстань до нього $l = 150$ млн км.

Б) Як зміниться відповідь, якщо у досліді з лінзою у 10 разів зменшити її геометричні розміри?

В) Якісно поясніть, чи вдасться запалити макет корабля, якщо у досліді з дзеркалами відстань до корабля збільшити у 10 разів. Виконайте пояснювальний малюнок.

Розв'язання.

А) Оскільки Сонце дуже далеко, його зображення буде знаходитись практично у фокальній



площині лінзи на відстані F від її оптичного центру. З подібності трикутників, бічні сторони яких утворені променями від діаметрально протилежних точок сонячного диску, що проходять через оптичний центр, маємо: $\frac{2R}{l} = \frac{2r}{F}$.

Звідси легко знайти радіус зображення Сонця r . Потік сонячної енергії, який проходить крізь лінзу площею $\pi d^2/4$, концентрується на площі πr^2 . Для того, щоб він збільшився у 100 разів, у таку ж кількість разів мають відрізнятись площі, тобто: $\frac{\pi d^2/4}{\pi r^2} = 100$.

Відношення діаметру лінзи d до радіусу r яскравої плями сонячного зображення

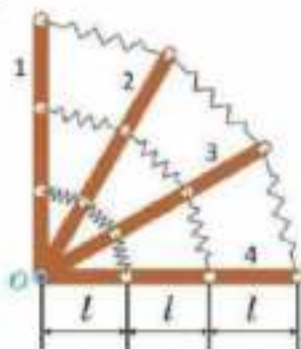
$$\frac{d}{r} = \frac{dF}{FR} = 20. \quad \frac{F}{d} = \frac{l}{20R} \approx 10,7 \approx 11.$$

Б) Якщо геометричні розміри лінзи зменшити у 10 разів, у стільки ж разів зменшаться її діаметр і її фокусна відстань, отже отримане мінімальне значення відношення $\frac{F}{d}$ залишиться без змін. Те, що фокусна відстань F зменшиться у 10 разів можна довести з подібності трикутників для променя, який падає на лінзу паралельно до її оптичної осі поблизу її краю, а потім проходить через фокус. Заломлюючий кут лінзи на її льодяному краї при пропорційному зменшенні розмірів залишиться без змін, отже і промінь світла така зменшена лінза відхилить на такий самий кут. Оскільки відстань від точки заломлення до головної оптичної осі зменшиться у 10 разів, то такий промінь перетне оптичну вісь у 10 разів ближче до центру лінзи. Отже, фокусна відстань зменшиться у 10 разів, а з нею у 10 разів зменшиться радіус яскравої плями сонячного зображення, але не концентрація сонячних променів.

В) Якщо у досліді з дзеркалами відстань до корабля збільшити у 10 разів, то за рахунок того, що промені від діаметрально протилежних частин сонячного диску приходять під кутом (див. рис.), відбиті промені під таким кутом розходяться, і сонячна пляма збільшуватиметься у розмірах, а з нею концентрація енергії на мішені ставатиме меншою. 70 дзеркал вже не вистачить, щоб запалити просмолений фанерний макет корабля.

8 клас Задача 1

Однкові стрижні 1–4, що лежать на горизонтальній поверхні, можуть обертатися навколо вертикальної осі O . Довжина стрижнів $3l$. Стрижні з'єднують, як показано на рисунку, дев'ятьма однаковими пружинами, а після цього відпускають. Довжина кожної пружини в недеформованому стані дорівнює l . Визначте сумарну довжину всіх пружин у положенні рівноваги. Тертя в системі дуже мале. Вважайте, що пружини можуть змінювати свою довжину, але не можуть вигинатися.



Розв'язання

На малюнку зображено систему у початковому стані коли її утримують зовнішні сили. Коли її відпускають вона переходить у рівноважне положення (кути між стрижнями можуть змінитися).

Розглянемо спочатку умову рівноваги стрижня 1 або 4: очевидно, сума моментів трьох сил пружності, що діють на нього відносно осі O має дорівнювати нулю. Плечі цих сил відносяться як $1 : 2 : 3$ (у загальному випадку вони не дорівнюють $l, 2l, 3l$). Позначимо ці плечі сил $d, 2d, 3d$; позначимо також довжину найкоротшої пружини (найближчої до осі) у положенні рівноваги через x , а жорсткість пружин через k . Тоді з подібності трикутників, утворених сусідніми стрижнями та пружинами між ними, випливає, що довжина решти пружин $2x$ і $3x$. Очевидно, що найкоротша пружина стиснута ($x < l$), а найдовша пружина розтягнута ($3x > l$). Умову рівноваги можна записати у вигляді:

$$k(x - l) \cdot d + k(2x - l) \cdot 2d + k(3x - l) \cdot 3d = 0. \quad x = \frac{3}{7}l.$$

Позначимо також довжину найкоротшої пружини (найближчої до осі) між стрижнями 2 та 3 у положенні рівноваги через x_1 , а відповідні плечі як d_1 . З умови рівноваги стрижня 2 або стрижня 3 легко побачити, що довжини пружин між стрижнями 2 і 3 такі самі, як і між стрижнями 1 і 2:

$$-k(x - l) \cdot d - k(2x - l) \cdot 2d - k(3x - l) \cdot 3d + k(x_1 - l) \cdot d_1 + k(2x_1 - l) \cdot 2d_1 + k(3x_1 - l) \cdot 3d_1 = 0$$

$$\text{Звідси знаходимо } x_1 = \frac{3}{7}l$$

Отже, сумарна довжина всіх пружин у стані рівноваги дорівнює $3 \cdot (x + 2x + 3x) = 18 \cdot \frac{3}{7}l = \frac{54}{7}l$.

8 клас Задача 2

«Шоу дронів» Передноворічні свята запланували відзначити шоу дронів з утвореною лазерними променями конічною ялинкою. Поверхня «ялинки» має вигляд конуса діаметром основи $d = 50$ м і довжиною твірної (від найнижчої точки поверхні ялинки до вершини) $l = 180$ м. За сценарієм дрони, рівномірно розміщені вздовж основи «ялинки», мають стартувати з землі і зробивши рівно три оберти у конусі світла «ялинки» у фіналі зависнути на $2/3$ її висоти. Особлива умова: рух дронів має бути таким, щоб увесь маневр зайняв мінімально можливий час. Визначте, за який найменший час вони зроблять маневр, якщо рухатимуться зі швидкістю 9 м/с.



Штучний інтелект, що керує дронами, розраховує таку траєкторію для одного дрона і завантажує всім іншим дронам. Вам, як експерту, слід визначити максимальну кількість дронів, яку можна безпечно використати для цього шоу. Зона безпечної відстані між центрами сусідніх дронів не менше одного метра.

Розв'язання.

Якщо розгорнути конус ялинки ми отримуємо сектор кола, радіус якого l , а довжина дуги є довжиною кола основи «ялинки» - πd . Повне коло радіуса l має 360° , тому дузі відповідає кут $360^\circ \times \pi d / 2\pi l = 50^\circ$ при вершині. Для трьох обертів маємо кут 150° . Розгортка конусу зображена на рисунку, де точка старту дрона позначена буквою А, а точка фінішу точкою Б. Найкоротша відстань між ними – це відрізок АБ. Відстань АО дорівнює $l = 180$ м, а відстань АБ, яку має подолати дрон, знайдемо з прямокутного трикутника АВБ.



Кут $\alpha = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$, тому катет ВБ дорівнює 30 м, оскільки лежить навпроти кута 30° малого трикутника з гіпотенузою $ОБ = 1/3 l = 60$ м. За теоремою Піфагора або через тригонометричні функції знаходимо і другий катет трикутника ОВБ: $ОВ = 30\sqrt{3}$ м.

Незвичним у русі дронів є те, що здовільняючи умові найменшого часу, дрони мають піднятися вище остаточної мети маневру, наблизившись до вершини на деяку відстань h (висота, проведена з точки О до лінії АБ у трикутнику АОБ), яка менша за остаточну відстань ОВ (див. Рис.). Саме це є «вузьким місцем», яке й визначатиме максимальну кількість дронів. З подібності трикутників знаходимо, що $\frac{h}{АО} = \frac{ВБ}{АБ}$.

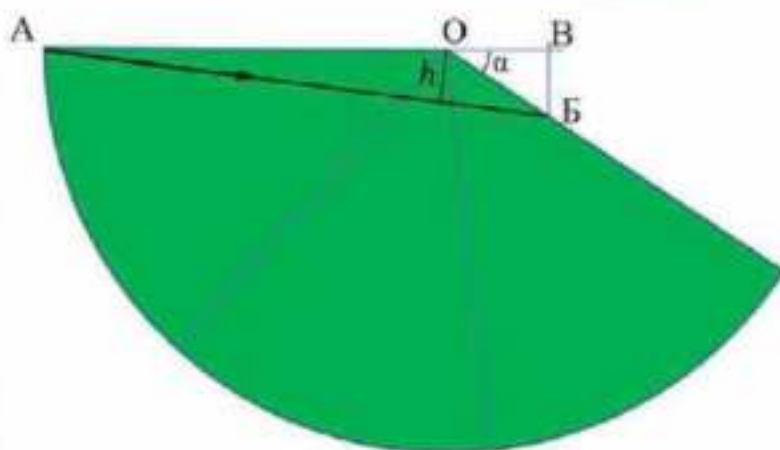
Звідки $h = \frac{АО \cdot ВБ}{АБ} = \frac{180 \cdot 30}{АБ}$ м. Шлях АБ, який пролетить дрон

$$АБ = \sqrt{(АО + ОВ)^2 + (ВБ)^2} = \sqrt{(180 + 30\sqrt{3})^2 + (30)^2} = 60\sqrt{10 + 3\sqrt{3}} \approx 234 \text{ м.}$$

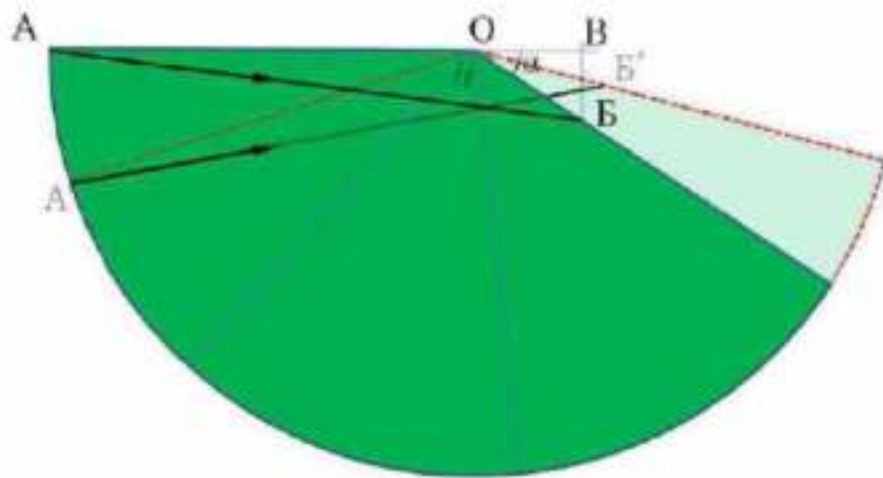
Тоді час маневру

$$t = \frac{АБ}{v} \approx \frac{234}{9} \text{ с} = 26 \text{ с.}$$

Відстань найвищого й найкомпактнішого положення дронів $h \approx \frac{180 \cdot 30}{234} \text{ м} \approx 23$ м. З подібності конусів знаходимо, що довжина кола, на якому мають розташовуватись дрони $s = \pi \frac{50 \cdot 23}{180} \text{ м} \approx 20$ м. Оскільки вздовж цього кола мають рухатись дрони, відстань між якими не може перевищувати 1 м, максимальна кількість дронів буде або 20 , або 19 . Наш випадок потребує більш точного розрахунку, тому ще раз обчислимо довжину кола без проміжних округлень



$s = \frac{25\pi}{\sqrt{10+3\sqrt{3}}}$ м $\approx 20,1476$ м. Дещо більше 20 м. Припустимо, що дрони утворюють правильний 20-ти кутник зі стороною 1 м. Тепер слід розрахувати відстань від центру до вершини такого 20-ти кутника зі стороною 1 м і порівняти з радіусом кола 3,207 м, довжина якого s ми тільки що розрахували. Ця відстань 3,196 м менша ніж 3,207 м. Отже, **20 дронів** вписуються навіть з невеликим запасом. Якби ми не проаналізували рух дронів, а просто б узяли кішцево коло на $2/3$ висоти конуса, яке втричі менше кола основи, його діаметр був би $50/3$ м, а довжина дорівнювала б 52,6 м. Замовлення 52 дронів привело б до більших фінансових витрат, а їх запуск привів би до зіткнення.



8 клас Задача №3

Посудину з льодом при температурі -50°C занесли в приміщення, де температура повітря підтримується постійною і дорівнює 50°C . Через 30 хвилин $1/3$ льоду розтанула.

1. Знайдіть час, що пройде з цього моменту до моменту, коли посудина із вмістом нагріється до температури 25°C .
2. Побудуйте схематичний графік залежності температури в посудині від часу.

Вважаєте, що в будь-який момент часу виконується формула $P = k(T_{\text{зовн}} - T_{\text{власн}})$, де P - кількість теплоти, переданої тілу від навколишнього середовища в одиницю часу, $T_{\text{зовн}}$ - температура навколишнього середовища, $T_{\text{власн}}$ - температура самого тіла, k - розмірний коефіцієнт, який не залежить від часу або вмісту посудини. Теплоємністю посудини можна знехтувати. Питома теплоємність льоду дорівнює $c_1 = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^{\circ}\text{C}}$, води - $c_2 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^{\circ}\text{C}}$. Питома теплота плавлення льоду дорівнює $330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

Розв'язання.

Нагрівання посудини йде за рахунок теплообміну з навколишнім середовищем. Схематично графік зміни температури з часом представлено на рис.

Нагрівання льоду відбувається так, що початкова різниця температур посудини і навколишнього середовища

$(T_{\text{зовн}} - T_{\text{повн}}) = (50 - (-50)) = 100^{\circ}\text{C}$ в два рази більша за кінцеву $(T_{\text{зовн}} - T_{\text{плв}}) = (50 - 0) = 50^{\circ}\text{C}$. По-друге, при нагрівання води початкова різниця температур посудини з водою і навколишнього середовища $(T_{\text{зовн}} - T_{\text{повн}}) = (50 - 0) = 50^{\circ}\text{C}$ у два рази більша за кінцеву $(T_{\text{зовн}} - T_{\text{кін}}) = (50 - 25) = 25^{\circ}\text{C}$.
 $m c_1 \Delta T = k(T_{\text{зовн}} - T) \Delta t$, $m c_2 \Delta T = k(T_{\text{зовн}} - T) \Delta t$.

Якщо результат нагрівання льоду і води в відносних величинах однаковий, то це можливе лише у випадку, коли $k \Delta t m c_1 = k \Delta t m c_2$ і сумарно за весь час нагрівання $\Delta t_1 = \Delta t_2$

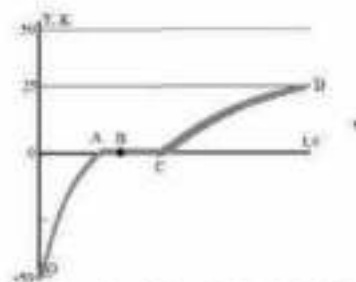
Теплоємності води та льоду відрізняються також в два рази: $c_2 = 2c_1$.

Сумарний час нагріву льоду в два рази менший за час нагрівання води для вказаних в умовах задачі температур. ($t_{\text{ол}} \cdot 2 = t_{\text{од}}$)

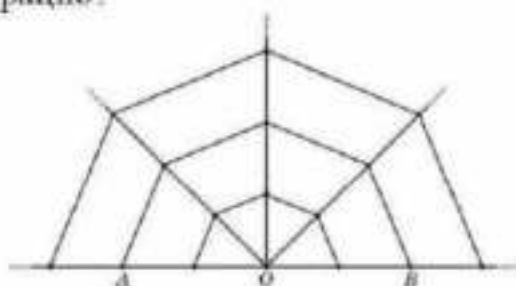
Маса льоду у другому випадку (після початку нового відліку часу) в два рази більша, а отже і часу на це піде в два рази більше. Або $t_{\text{ав}} \cdot 2 = t_{\text{вс}}$.

На нагрів води пішло вдвічі більше ніж на нагрів льоду. Більше того, на танення $2/3$ льоду пішло теж вдвічі більше часу. Звідси стає зрозуміло, що час першого етапу $t_{\text{ол}} + t_{\text{ав}} = 30$ хв, а час другого $t_{\text{вс}} + t_{\text{од}} = 2(t_{\text{ав}} + t_{\text{ол}}) = 2 \cdot 30 = 60$ хв = 1 година.

Відповідь: 1 година.

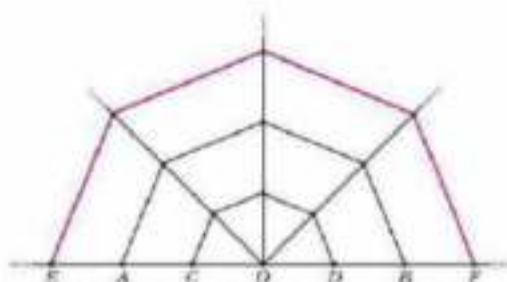


8 клас Задача 4. Юні дослідники знайшли павутиння досі невідомого павука. Павутиння містило дуже багато концентричних «кіл». Проте недосвідчені дослідники змогли акуратно вирізати тільки трохи більше ніж половину павутиння (див. рисунок), а також окремі «нитки». Було встановлено дивні факти: «нитки» виявилися електропровідними, при цьому електричний опір кожної з них $r = 10$ Ом (хоч довжина «ниток» різна). Четверо дослідників і дослідниць виміряли електричний опір R павутиння між точками A і B , кожний своїм приладом. Їхні результати: у Галіни $R = 6 \pm 2$ (Ом), у Ігоря $R = 13 \pm 5$ (Ом), у Катерини $R = 19 \pm 1$ (Ом), у Дмитра $R = 7 \pm 1$ (Ом). Хто з дослідників може мати рацію?

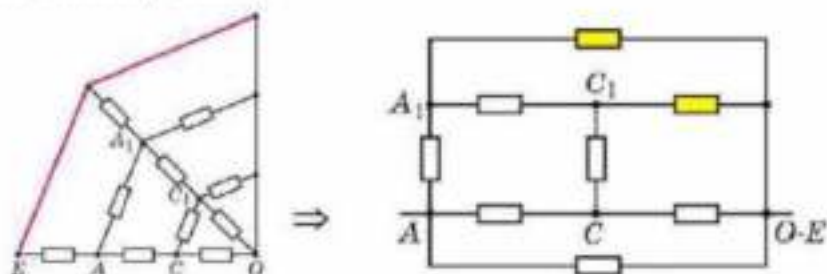


Розв'язання

Спробуємо оцінити верхню та нижню межі можливих значень R . Перш за все помітимо, що всі вузли кола на одній вертикалі з вузлом O з міркувань симетрії мають однакові потенціали, тому їх можна об'єднати, видаливши проміжні «нитки» кола. Цей об'єднаний вузол ділитиме коло на дві симетричні частини, опір кожної з яких $R/2$. Далі виділимо «червоне півколо» між вузлами E, F (див. рисунок).



1. Якщо зменшити опір червоних ниток до нуля, то загальний опір половини кола теж зменшиться від $R/2$ до $R_{\min}/2$. Зазначимо, що в цьому випадку фактично випадає вся закорочена зовнішня частина кола, а потенціал вузла E збігається з потенціалом вузла O . Зобразимо схему лівої половини кола та відповідну еквівалентну схему.



На еквівалентній схемі жовтим зафарбовані резистори з опором $r/2$, усі інші резистори мають опір r .

Нехай потенціал точки O дорівнює нулю, точки ж A, A_1, C_1, C мають відповідно потенціали $U, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Тоді легко виразити силу струму в будь-якому резисторі через ці потенціали. Алгебраїчна сума сил струмів, що

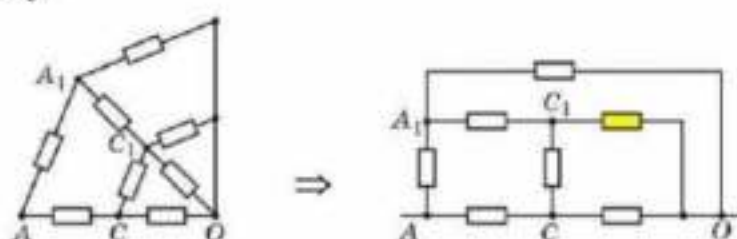
втікають у даний вузол, має дорівнювати нулю. Це приводить до системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{U - \varphi_1}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r} - \frac{2\varphi_1}{r} = 0, \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} + \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{r} - \frac{2\varphi_2}{r} = 0, \\ \frac{U - \varphi_3}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r} - \frac{\varphi_3}{r} = 0, \\ \varphi_1 = \frac{12}{41}U, \varphi_2 = \frac{7}{41}U, \varphi_3 = \frac{16}{41}U. \end{cases}$$

Загальна сила струму, що протікає між вузлами A та $O - E$, становить

$I = \frac{95U}{41r}$. $R_{\min} = \frac{2U}{I} = \frac{82}{95}r \approx 8,63$ Ом. Зрозуміло, що справжнє значення R є більшим.

2. Якщо збільшити опір червоних ніжок та всіх відповідних зовнішніх ніжок у багато разів (формально — до нескінченності), то загальний опір половини кола теж збільшиться від $R/2$ до $R_{\max}/2$. У цьому випадку зовнішня частина кола фактично теж випадає. Зобразимо схему лівої половини кола та відповідну еквівалентну схему.



Зберігаючи зазначені вище позначення потенціалів точок та знов застосовуючи перше правило Кірхгофа, дістаємо систему

$$\begin{cases} \frac{U - \varphi_1}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r} - \frac{\varphi_1}{r} = 0, \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} + \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{r} - \frac{2\varphi_2}{r} = 0, \\ \frac{U - \varphi_3}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r} - \frac{\varphi_3}{r} = 0, \\ \varphi_1 = \varphi_3 = \frac{2}{5}U, \varphi_2 = \frac{1}{5}U. \end{cases}$$

Загальна сила струму, що протікає між вузлами A та O , становить $I = \frac{6U}{5r}$.
 $R_{\max} = \frac{5}{3}r \approx 16,7$ Ом.

Підсумуємо отримані результати: $R = 13 \pm 4$ (Ом). Безумовно, можна отримати й більш точну оцінку, але це потребує досить громіздких розрахунків і в даному випадку не потрібно. Порівняння показує, що результати вимірювань, що виконав Ігор (опір між 8 і 18 Ом) є єдино правильними, хоч і поступаються за точністю отриманим вище результатам.

Експериментальний тур 2023

11 клас Задача 1

Обладнання: Групове:

- годинник з великою секундною стрілкою,
- штки (2 – 3 котушки на групу).

Індивідуальне:

- 2 пластикових стержня відомої маси,
- учнівська лінійка на 30 см,
- декілька грамів пластиліну,
- тягарець невідомої маси з ID-номером (для журі).

ЗАВДАННЯ

Візьміть біфілярний крутильний маятник зразком, що зображений на рисунку. Пластиліном верхній олівець закріпіть горизонтально на куці парті.

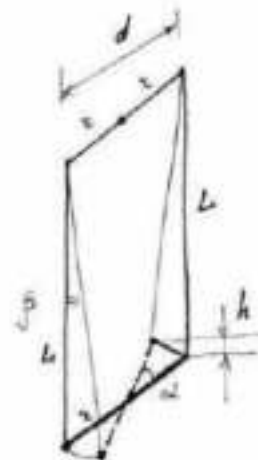
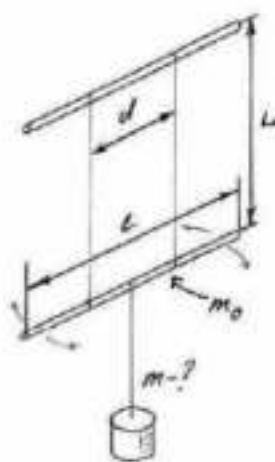
За допомогою маятника знайдіть масу наданого тягарця (ID-номер не знімати!) та розрахуйте похибку вимірювання.

Детально опишіть методику проведення вимірювань. Приділіть увагу засобам, які ви використали для збільшення точності результату, зважаючи на примітивність експериментального обладнання.

Довідникові дані: Прискорення вільного падіння $9,81 \text{ м/с}^2$; Маса кожного стержня $(2,38 \pm 0,08) \text{ г}$. Формула кінетичної енергії однорідного стержня маси m та довжини l , що обертається з кутовою швидкістю ω навкруги осі, що проходить через центр мас перпендикулярно стержню $E_k = \frac{1}{24} ml^2 \omega^2$.

Розв'язок задачі

Скористуємось позначеннями, наведеними на двох наведених нижче рисунках.



за

Знайдемо висоту h , на яку підніметься нижній стержень з тягарцем при повороті стержня на *невеликий* кут α . Цей кут та кут β спираються на однакову дугу, тому з достатньою точністю можна записати

$$L \cdot \beta = r \cdot \alpha, \text{ або } L \cdot \beta = \frac{d}{2} \cdot \alpha, \text{ звідки } \beta = \alpha \cdot \frac{d}{2L}.$$

Оскільки стержень залишається горизонтальним, то він та тягарець піднімуться на ту ж висоту, що й кінець стержня, тобто

$$h = L - L \cos \beta = L \left(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \right).$$

Зважаючи на малість кута β , можна записати $\sin \beta \approx \beta$, $\sqrt{1 - \beta^2} \approx 1 - \frac{1}{2}\beta^2$, тоді $h = L \left(1 - 1 + \frac{1}{2}\beta^2 \right) = \frac{L}{2} \cdot \beta^2 = \frac{d^2}{8L} \alpha^2$.

Потенціальна енергія стержня з тягарцем, якщо її відраховувати від положення рівноваги стержня, становить

$$E_p = (m + m_0)gh, \text{ або } E_p = (m + m_0)g \frac{d^2}{8L} \alpha^2.$$

Потенціальна енергія квадратично залежить від кута відхилення стержня від положення рівноваги, а це значить, що коливання стержня будуть гармонічними.

За законом збереження повної механічної енергії потенціальна енергія системи при максимальному відхиленні від положення рівноваги α_m дорівнює її кінетичній енергії при проходженні положення рівноваги. При проходженні положення рівноваги тягарець нерухомий, а стержень має максимальну кутову швидкість ω_m , тому кінетична енергія складається виключно з кінетичної енергії обертального руху стержня:

$$(m + m_0)g \frac{d^2}{8L} \alpha_m^2 = \frac{1}{24} m_0 l^2 \omega_m^2, \\ \omega_m^2 = \frac{3(m + m_0)gd^2}{L m_0 l^2} \cdot \alpha_m^2.$$

При гармонічних коливаннях амплітуда швидкості (кутової швидкості) зв'язана з максимальним відхиленням від положення рівноваги (максимальним кутом відхилення) співвідношенням

$\omega_m = \Omega \cdot \alpha_m$, або $\omega_m = \frac{2\pi}{T} \cdot \alpha_m$, де Ω – циклічна частота, а T – період коливань. $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{3(m+m_0)gd^2}{L m_0 l^2}$, $m = m_0 \cdot \left(\frac{L}{3g} \cdot \left(\frac{2\pi l}{Td}\right)^2 - 1\right)$.

Формула для розрахунку абсолютної похибки вимірювання:

$$\Delta m = 2 \cdot \Delta m_0 + \left(\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta g}{g} + 2 \cdot \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta T}{T} \right) \right) \cdot m_0$$

11 клас Задача П.

Обладнання: Індивідуальне:

- шкільний штатив з лапкою;
- лінійка 50 см відомої маси (написана на лінійці);
- металева кулька невідомої маси з ниткою;
- магніт циліндричний;
- паперовий шар;
- аркуш міліметрового паперу;

Групове:

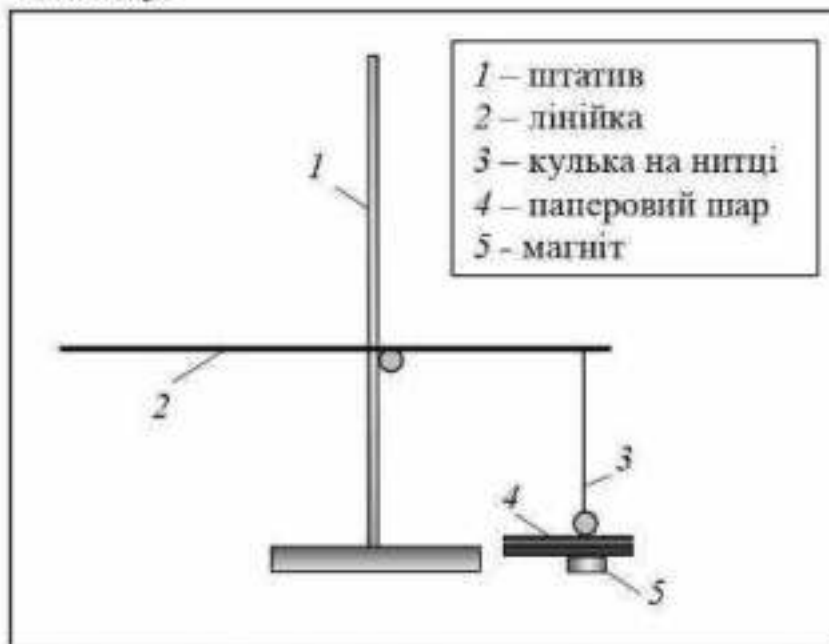
- двосторонній скотч для кріплення магніту; ножиці; калькулятори;

Завдання:

Дослідити залежність сили взаємодії між сталеною кулькою та постійним магнітом від відстані між їх поверхнями. Подайте отримані результати у лінійних та логарифмічних осях. Припускаючи степеневу залежність сили від відстані, знайдіть показник степеню. *Увага! Під час експерименту слідкуйте за тим, щоб між кулькою та магнітом не було безпосереднього контакту (між ними завжди повинен бути певний зазор).*

Розв'язок

Один з можливих варіантів дослідної установки зображено на малюнку.



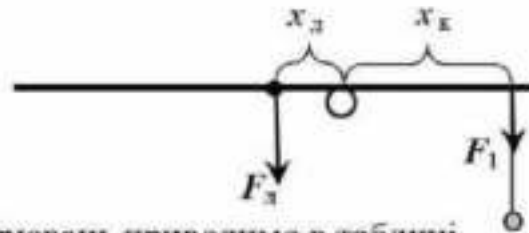
Сила, що діє на кульку визначається за правилом важеля (маса лінійки відома, а масу кульки та нитки також можна заздалегідь визначити за правилом важеля; $m_k \approx 0.8$ г).

Поступово змінюючи товщину паперового шару (відриваючи певну кількість листків) та визначаючи за шкалою лінійки плечі сил визначаємо силу, що діє на кульку з ниткою:

$$F_1 = F_L \frac{x_L}{x_K},$$

де сила F_L сила тяжіння лінійки (прикладена до центру тяжіння), x_L – плече цієї сили, x_K – плече сили F_1 (див. рисунок 2)

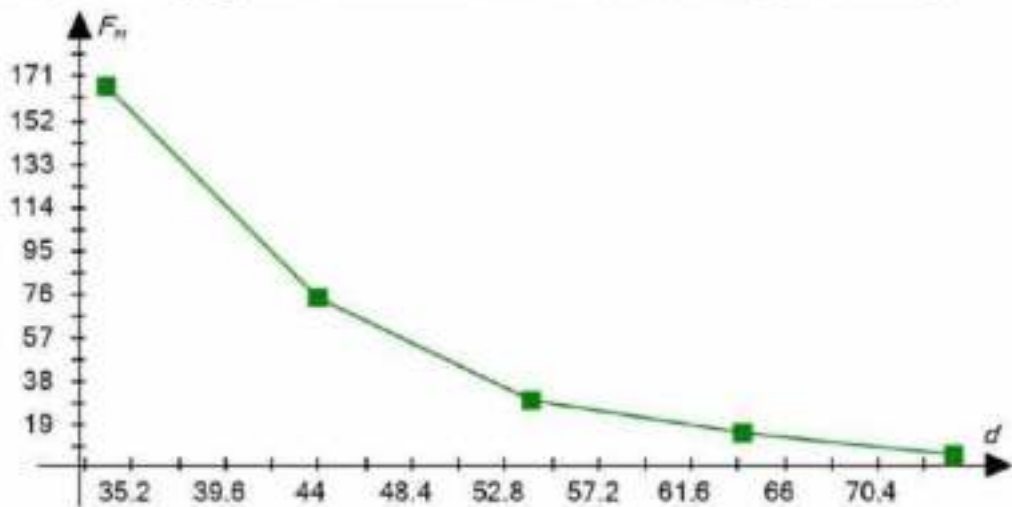
Сила магнітного притягання визначається з сили F_1 відніманням сили тяжіння, що діє на кульку та нитку $F_M = F_1 - m_k g$.



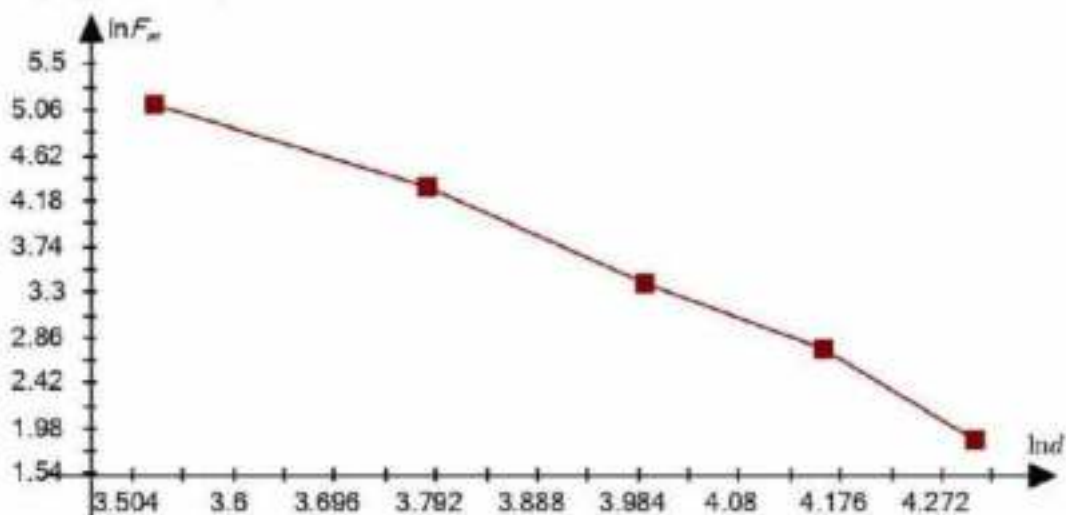
Результати вимірювань приводимо в таблиці.

Відстань d , мм	Сила F_M , мН
3,4	166,99
4,4	75,26
5,4	29,52
6,4	15,66
7,4	6,45

Побудуємо графіки залежності сили від відстані у лінійному



та логарифмічному масштабах



Показник степеню в залежності сили від відстані знаходимо з логарифмічної залежності. Якщо $F_M \sim d^n$, то $\ln(F_M) = n \ln(d) + const$. Звідки $n \approx -4.1$ (в теорії цей показник близький до -4).

11 клас Експериментальна задача № 3

Обладнання:

Індивідуальне:

- пластикова пляшка з водою кімнатної температури;
- тонка поліпропіленова трубка;
- лінійка;
- паличка дерев'яна

Групове:

- пластилін;
- скотч;
- серветки;
- ємності з водою та порожні.

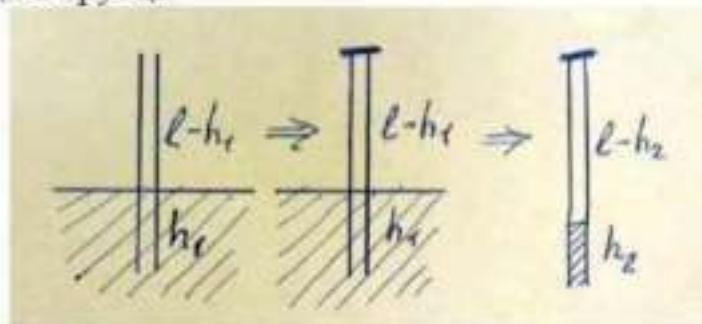
Завдання:

За допомогою запропонованого обладнання визначте атмосферний тиск на момент здійснення досліду.

Розв'язання.

Цю задачу можна розв'язати різними способами. Наведемо один з найпростіших. Він передбачає дослідження ізотермічного розширення повітря фіксованої маси.

Перш за все прикріплюємо дерев'яну паличку скотчем до частини трубки, яка завдяки цьому набуде циліндричної форми. Занурюємо цю частину трубки вертикально в пляшку з водою на максимально можливу глибину h_1 (це забезпечить вищу точність). Потім заліплюємо інший кінець трубки пластиліном та виїмаємо трубку з води. Залишається виміряти висоту h_2 стовпчика води в трубці.



Застосувавши рівняння ізотермічного процесу, отримаємо:

$$p_a(l - h_2) = (p_a - \rho gh_2)(l - h_1).$$

$$p_a = \rho gh_2(l - h_1)/(h_1 - h_2).$$

Значення l , h_1 , h_2 можна виміряти з похибкою близько 1 мм. Для підвищення точності визначення атмосферного тиску значення величин h_2 , $l - h_2$, $h_1 - h_2$ не мають бути занадто малими.

Можна застосувати ще один ізотермічний процес: стискання повітря, зумовлене перевертанням трубки зі стовпчиком води закритим кінцем вниз.

10 клас Експериментальна задача № 1

Обладнання:

Індивідуальне:

- гумова кулька-стрибунець густина якої 900 кг/м^3 ;
- лінійка;
- нитка;
- коричневий фарбник;
- аркуш паперу.

Групове:

- Вологі серветки.

Завдання:

Вивчіть відскік гумової кульки від поверхні столу та знайдіть:

- середню силу зіткнення кульки з партою при падінні з висоти $0,5 \text{ м}$.
- оцінити час контакту кульки з поверхнею при зіткненні.

Примітки: об'єм кулі $V = (4/3)\pi r^3$, r - радіус кулі.

Для фарбування рекомендовано спочатку змочити поверхню вологою серветкою.

Розв'язання.

Для визначення сили пружності пропонується визначити, на скільки деформується кулька при зіткненні з поверхнею. Для оцінки величини деформації на попередньо зволожену кульку наноситься шар фарби. Кульку відпускають з запропонованої висоти $h_0=0.50 \text{ м}$ і вона стикається з поверхнею паперу. Для збільшення точності потрібно звернути увагу, що висота повинна встановлюватися між нижньою поверхнею кульки та столом. Під час зіткнення на листі паперу залишалася пляма оціночним діаметром $d_{пл} \approx 1.2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Оскільки точність вимірювання даного параметра є найнижчою у експерименті, рекомендується обов'язково повторити його декілька разів.

Для більш точного вимірювання радіуса кульки пропонується намотати навколо кульки n витків нитки та виміряти її довжину. Тоді:

$$R = \frac{l}{2\pi n}$$

Оціночне значення радіусу становить $R \approx 1.43 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Гальмівний шлях може бути оцінений, як видно з рис.1, із співвідношення:

$$s = R - \sqrt{R^2 - \frac{d_m^2}{4}} \approx 1.32 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Початкова потенціальна енергія кульки у полі сили тяжіння переходить у енергію пружної деформації кульки, яка може бути розрахована як робота середньої сили пружності під час гальмування:

$$mgh_0 = F_{\text{ср}} s,$$

Визначимо масу кульки за її радіусом

$$m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \approx 1.10 \cdot 10^{-2} \text{ кг.}$$

Тоді середня сила пружності становитиме:

$$F_{\text{ср}} = \frac{mgh_0}{s} \approx 41 \text{ Н.}$$

Для оцінки часу взаємодії кульки з поверхнею можна застосовувати другий закон Ньютона у імпульсній формі (рис.2):

$$\vec{F}_{\text{ср}} \Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1,$$

де \vec{v}_1 та \vec{v}_2 – швидкості кульки безпосередньо до та після зіткнення. Потрібно звернути увагу, що взаємодія кульки з поверхнею, від якої вона відбивається, не є абсолютно пружною. Тому $v_2 < v_1$. Під час падіння кульки та руху вгору після відбивання виконується закон збереження енергії, тому швидкості кульки перед та після зіткнення можуть бути розраховані як:

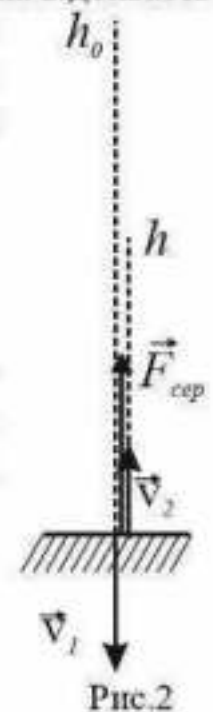
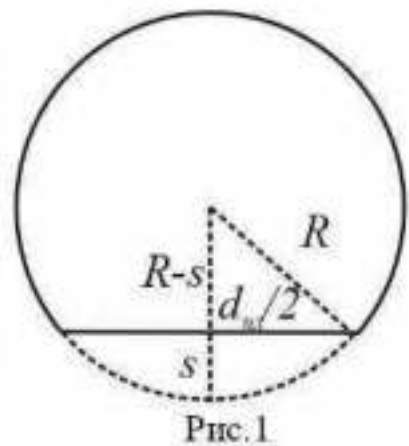
$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh_0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh_0},$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = mgh \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh},$$

де h – висота, на яку підстрибне кулька після зіткнення. Її оціночне значення становило $h \approx 0.38$ м. Для збільшення точності вимірювання даного параметра рекомендується повторення експерименту декілька разів.

Таким чином час зіткнення з поверхнею становив:

$$\Delta t = \frac{m(\sqrt{2gh} + \sqrt{2gh_0})}{F_{\text{ср}}} \approx 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$



10 клас Експериментальна задача № 2

Обладнання:

Індивідуальне:

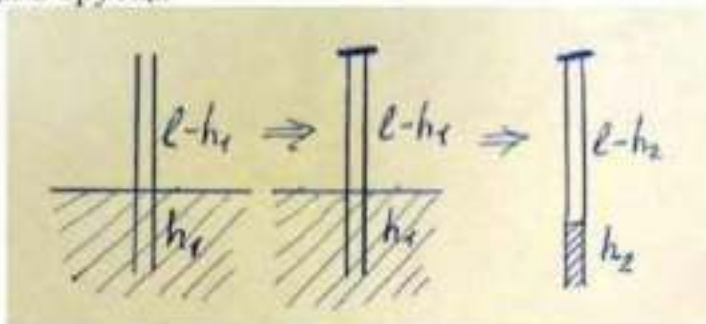
- пластикова пляшка з водою кімнатної температури;
- тонка поліпропіленова трубка;
- лінійка;
- паличка дерев'яна

Групове: пластилін; скотч; серветки; ємності з водою та порожні.

Завдання: За допомогою запропонованого обладнання визначте атмосферний тиск на момент здійснення досліду.

Розв'язання. Цю задачу можна розв'язати різними способами. Наведемо один з найпростіших. Він передбачає дослідження ізотермічного розширення повітря фіксованої маси.

Перш за все прикріплюємо дерев'яну паличку скотчем до частини трубки, яка завдяки цьому набуде циліндричної форми. Занурюємо цю частину трубки вертикально в пляшку з водою на максимально можливу глибину h_1 (це забезпечить вищу точність). Потім заліплюємо інший кінець трубки пластиліном та виймаємо трубку з води. Залишається виміряти висоту h_2 стовпчика води в трубці.



Застосувавши рівняння ізотермічного процесу, отримаємо:

$$p_a(l-h_1) = (p_a - \rho gh_2)(l-h_2),$$
$$p_a = \rho gh_2(l-h_2)/(h_1-h_2).$$

Значення l , h_1 , h_2 можна виміряти з похибкою близько 1 мм. Для підвищення точності визначення атмосферного тиску значення величин h_2 , $l-h_2$, h_1-h_2 не мають бути занадто малими.

Можна застосувати ще один ізотермічний процес: стискання повітря, зумовлене перевертанням трубки зі стовпчиком води закритим кінцем вниз.

10 клас Експериментальна задача № 3

Обладнання: Групове: мірний циліндр; етанол; вода.

Індивідуальне: термометр; 3 стаканчики; фрагмент періодичної таблиці системи хімічних елементів.

Завдання: При утворенні розчинів, як правило, спостерігаються екзо- або ендотермічні реакції. Оцініть, наскільки змінюється середня енергія міжмолекулярної взаємодії при розчиненні етанолу у воді, в розрахунку на одну молекулу розчину.

Довідкові значення фізичних величин: густину води прийняти $997 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, етанолу – $780 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, теплоємність води $4,19 \frac{\text{кДж}}{\text{кгК}}$, етанолу – $2,45 \frac{\text{кДж}}{\text{кгК}}$. Етанол – це розчин $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ у воді з об'ємною часткою 96 %. Стала Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$.

Уточнення: відомо, що найбільший тепловий ефект спостерігається при розчиненні 0,3 масової долі етанолу у воді.

період	група	ГРУПИ ЕЛЕМЕНТІВ								
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
1	1	H 1,008 ¹ Водень Гідроген							He 4,003 ² Гелій	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="text-align: center;"> Зарядковий станок 26 електронів 26 протонів Атомна вага </div> <div style="text-align: center;"> Скелет 26 електронів 26 протонів Атомна вага </div> <div style="text-align: center;"> Ядро 26 протонів 26 нейтронів Атомна вага </div> </div>
2	2	Li 6,941 ³ Літій	Be 9,012 ⁴ Берилій	B 10,811 ⁵ Бор	C 12,01 ⁶ Вуглець Кіслік	N 14,007 ⁷ Азот Нітроген	O 15,999 ⁸ Кисень Оксиген	F 18,998 ⁹ Фтор Флуор	Ne 20,179 ¹⁰ Неон	
3	3	Na 22,990 ¹¹ Натрій	Mg 24,305 ¹² Магній	Al 26,982 ¹³ Алюміній	Si 28,086 ¹⁴ Кремій Силіцій	P 30,974 ¹⁵ Фосфор	S 32,066 ¹⁶ Сірка Сульфур	Cl 35,453 ¹⁷ Хлор	Ar 39,948 ¹⁸ Аргон	

Розв'язання. Для досягнення максимального ефекту виділення теплоти необхідно спочатку перерахувати масові частки в об'ємні, що ускладнює процес відмірювання складових розчину, тому з метою спрощення вимірювань скористаємося не масовими, а об'ємними частками компонентів розчину. Нижче приведено розрахунки для об'ємів 30 мл етанолу та 70 мл води. Щоб реакція протікала швидше й можна було знехтувати втратами тепла зразу після переливання етанолу та води в одну посудину перемішаємо розчин термометром, теплоємністю якого знехтуємо. Треба спостерігати за показами термометра та зафіксувати максимальну температуру. Перед змішуванням температура води та етанолу - 19 °С, а максимальна температура після змішування - 29 °С, тобто зміна температури складає $\Delta t = 10^\circ\text{C}$. Маса відміряної води $70\text{ см}^3 \cdot 0,997\text{ г/см}^3 = 69,79\text{ г}$. Маса етанолу - $30\text{ см}^3 \cdot 0,78\text{ г/см}^3 = 23,4\text{ г}$. Для етанолу 96% можна вважати, що об'ємна частка води практично дорівнює масовій. Маса води в етанолі тоді дорівнює $23,4\text{ г} \cdot 0,04 = 0,94\text{ г}$. Загальна маса води у розчині $m_a = 70,73\text{ г}$. Маса $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ $m_c = 23,4\text{ г} \cdot 0,96 = 22,48\text{ г}$.

Кількість теплоти, яку отримує вода

$$Q_v = 4190\text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)} \cdot 0,06979\text{ кг} \cdot 10^\circ\text{C} = 2924\text{ Дж}$$

Кількість теплоти, що отримує етанол

$$Q_e = 2450\text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)} \cdot 0,02340\text{ кг} \cdot 10^\circ\text{C} = 573\text{ Дж}$$

Загальна кількість теплоти $Q = Q_v + Q_e = 3497\text{ Дж}$

Кількість молекул розрахуємо за формулою:

$$N = \frac{m}{M} N_A$$

Для води вона складає $23,65 \cdot 10^{23}$, для $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ - $3,06 \cdot 10^{23}$, загальна $N = 26,71 \cdot 10^{23}$. Тоді зміна енергії міжмолекулярної взаємодії на одну молекулу розчину

$$\frac{Q}{N} = 1,31 \cdot 10^{-21}\text{ Дж}$$

Експериментальний тур 9 клас **Задача №1**

Обладнання: Групове: ножиці; таблиця «фізико-механічних характеристик листового скла»

Індивідуальне:

- модель склопакета;
- лазерний діод;
- джерело живлення діода (батарейний бокс, елемент живлення AA – 3 шт., клемник самозажимний);
- пластилін 1 шматочок;
- прищепка 1 шт;
- косинець шкільний;
- міліметровий папір 1 лист А4.

Завдання

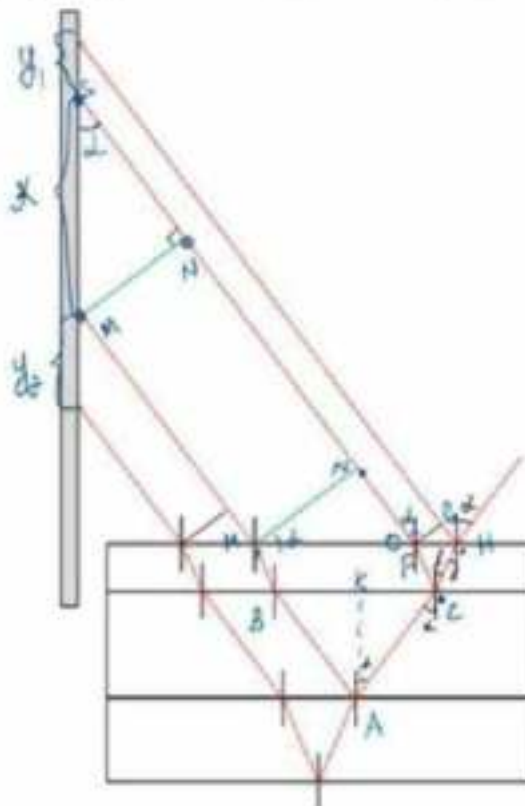
1. Визначити товщину шару повітря між скельцями в моделі склопакета.
2. Надати оцінку товщини кожного скла в пакеті.

УВАГА. Дотримуйтесь правил роботи з джерелами високої інтенсивності. Не направляти промінь лазера в очі.

Рекомендації. Під час опису методики проведення вимірювань звернути особливу увагу на заходи, які необхідно вжити для отримання результату з максимальною точністю, з урахуванням наявного експериментального обладнання.

Розв'язання. Питання I.

В основі методу визначення лежать закони заломлення та відбиття світла. На рисунку схематично зображено рух променів лазерного діода через склопакет (при умові, що верхнє та нижнє скельця мають різну товщину).



З рисунку отримаємо $x = \frac{MN}{\sin\alpha} = \frac{MO \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{BC}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{2KC}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{2d \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} = 2d$.

Отже робоча формула для визначення товщини шару повітря між скельцями

$$d = \frac{1}{2}x.$$

Розрахунки дають товщину шару повітря $d = 8$ мм.

Оцінка похибок вимірювань

Вимірювання величини x проводиться за допомогою міліметрового паперу, а також «методики» визначення величини x та чіткості «плям» лазеру.

Питання II. Проведення оцінки товщини кожного скла в пакеті

З рисунку для верхнього скла (аналогічно для нижнього скла) отримаємо

$$y = \frac{FG}{\sin\alpha} = \frac{OH \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{OH}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{2d_{\text{ск}} \cdot \operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}\alpha} = 2d_{\text{ск}} \frac{\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}\alpha},$$

$$d_{\text{ск}} = \frac{1}{2}y \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\gamma} = \frac{1}{2}yn \frac{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}}{\cos\alpha}$$

У запропонованих склопакетах застосовувались: тонкі скельця – 1 мм, товсті скельця – 3–4 мм

Експериментальний тур 9клас **Задача №2**

Обладнання: Індивідуальне:

- кулька металева;
- лінійка 50 см;
- штатив з лапкою;
- поверхня шкільної парти;
- міліметровий аркуш.

Завдання:

Дослідити, як залежить частина втраченої кулькою під час зіткнення з поверхнею парти механічної енергії від початкової висоти падіння.

Побудувати графік цієї залежності.

Розв'язання.

Теоретична частина. Запишемо закон збереження енергії, враховуючи втрати механічної енергії при ударі і нехтуючи роботою сили опору повітря та виштовхувальної сили: $mgh_0 = mgh + \Delta U$,

де h_0 – висота з якої падає кулька, h – висота на яку кулька відскочила,

ΔU – збільшення внутрішньої енергії.

Приблизні оціночні розрахунки дозволяють знехтувати впливом роботи сили опору повітря та виштовхувальної сили. Внесок сила Архімеда дає приблизно соті долі відсотка, а внесок сили лобового опору складає 1-2 відсотка від початкової енергії кульки.

Таким чином, частина втраченої кулькою під час зіткнення енергії може бути знайдена як:

$$K = \frac{\Delta U}{mgh_0} = \frac{mgh_0 - mgh}{mgh_0} = 1 - \frac{h}{h_0}$$

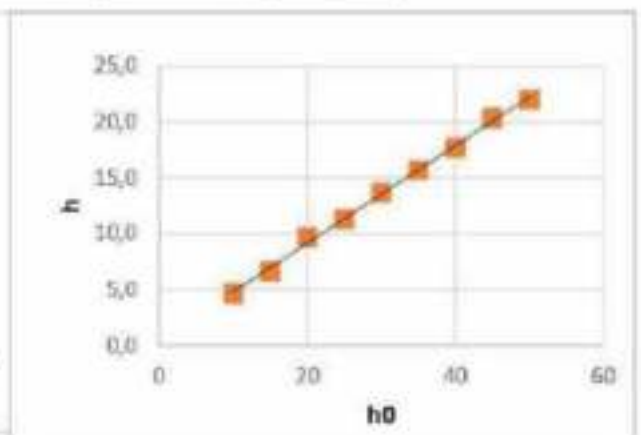
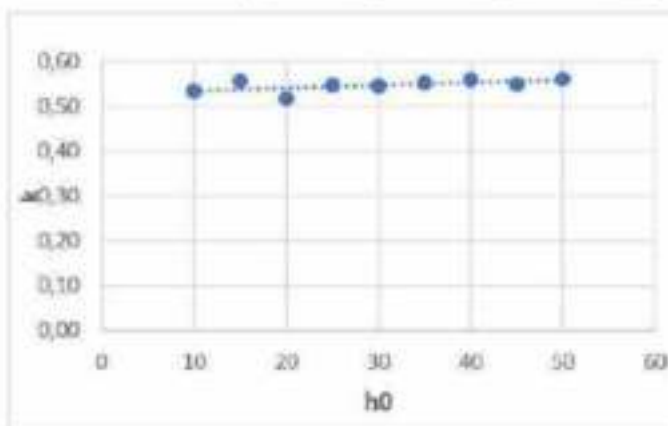
При абсолютно пружному ударі $K=0$, при абсолютно непружному ударі $K=1$.

Експериментальна частина.

Поступово зменшуючи висоту, з якої відпускаємо кульку, проводимо експеримент для 7-10 різних початкових висот. Так як достатньо важко відпустити кульку, не надаючи їй початкової швидкості, а також зареєструвати висоту підскоку кульки, проводячи експеримент без сторонньої допомоги, для кожної висоти проводимо декілька експериментів і знаходимо середнє значення. (Похибку розраховуємо як відхилення від середнього для випадкової похибки та, наприклад, 0,5 см для експериментальної).

Зрозуміло, що отримані значення суттєво залежать від властивостей поверхні. Наведемо отримані нами значення (для нашого стола):

h_0	Вимір 1	Вимір 2	Вимір 3	Середнє	k
50	23	22	21	22,0	0,56
45	20	21	20	20,3	0,55
40	17	18	18	17,7	0,56
35	16	16	15	15,7	0,55
30	14	13	14	13,7	0,54
25	12	11	11	11,3	0,55
20	10	10	9	9,7	0,52
15	6	6	8	6,7	0,56
10	5	5	4	4,7	0,53



Висновки.

Як бачимо, десь з 50 см до 25 см (початковий етап) частина втраченої енергії залишається практично сталою за значенням, і не залежить від початкової висоти. Якщо взяти повний інтервал значень, висота підскоку кульки стає досить не великою, похибка її вимірювання зростає, а отримані значення відповіді починає змінюватися достатньо випадковим чином, хоча, в середньому, не сильно відхиляється від середнього значення на початковому етапі (55% за цими значеннями висоти відскоку).

Експериментальний тур 9 клас Задача № 3

Обладнання: Групове: терези, сірники, годинник настінний, мірний стакан на (50 мл);

Індивідуальне:

- свічка;
- алюмінієва посудина від калориметра масою 40 г;
- міліметровий папір;
- термометр;
- штатив шкільний з лапкою.

Завдання:

1. Оцінити питому теплоту згорання свічки, використовуючи метод нагріву та охолодження.
2. Результати експерименту проілюструйте відповідними графіками.

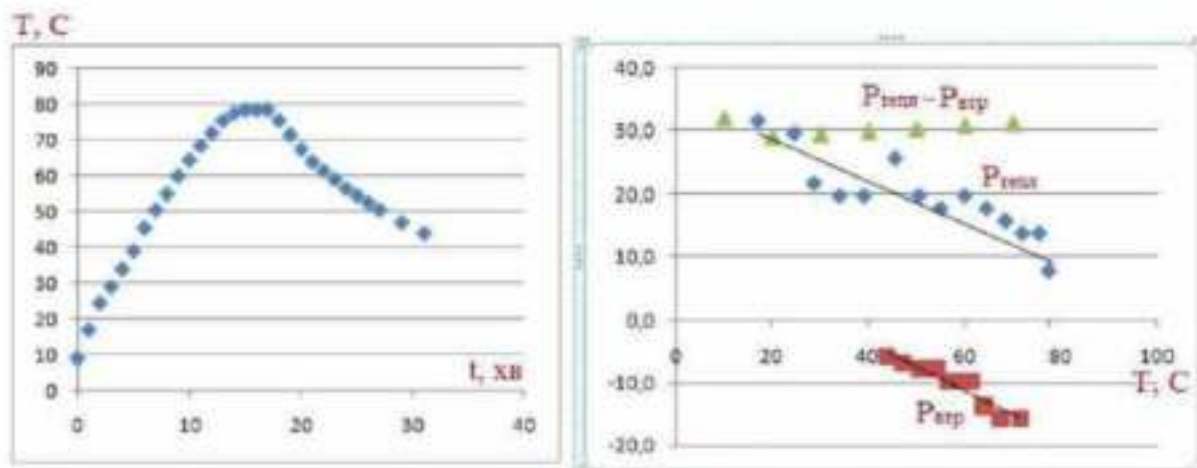
УВАГА! Посудину з водою після експерименту ставте на серветку. Не забрудніть парту та руки!

Рекомендації: Воду у алюмінієву посудину наливати не менше ніж 75 мл. Не нагрівайте воду вище 80°C ! Вважайте, що тільки 50 % виділеного тепла передається від нагрівача до посудини з водою, за умови, що полум'я свічки торкається дна. Вважати, що теплопровідність алюмінію достатньо висока, що температура посудини співпадає з температурою води в ній.

Довідкові дані: $c_{\text{води}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$, $c_{\text{алюмінію}} = 904 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$.

Розв'язання.

1. Необхідно визначити початкове значення маси свічки $m_{\text{св0}}$, масу води, що заливаємо в калориметр $m_{\text{в}}$, масу алюмінієвого калориметра $m_{\text{к}}$.
2. Запалюємо свічку, нагріваємо воду і відмічаємо темп нагріву води. При досягненні температури $70\text{-}80^{\circ}\text{C}$ гасимо свічку і знімаємо темп охолодження тіла. Наприклад



3. Стадія нагрівання. Розраховуємо потужність, що йде на нагрівання води і калориметра з рівності $(c_{\text{к}}m_{\text{к}} + c_{\text{в}}m_{\text{в}})\Delta T_1 = P_{\text{нагр}}\Delta\tau_1$

Її розраховуємо при різних температурах.

4. Стадія охолодження. Розраховуємо потужність тепловтрат за формулою

$$(c_{\text{к}}m_{\text{к}} + c_{\text{в}}m_{\text{в}})\Delta T_2 = P_{\text{втр}}\Delta\tau_2$$

Якщо брати від'ємну різницю температур, то отримаємо від'ємне значення потужності тепловтрат при певних температурах. Модуль $P_{\text{втр}}$ збільшується зі збільшенням різниці температур води та навколишнього середовища.

5. Сума $P_{\text{нагр}} + P_{\text{втр}} = P_{\text{тепл}}$ – є загальна потужність свічки, що передається, посудині та втрачається нею в процесі нагріву.

$$\text{Однак в даній системі } P_{\text{тепл}} \cdot \tau_{\text{нагр}} < q \cdot \Delta m_{\text{св}}$$

Значна частина тепла йде на нагрівання продуктів згорання, які відходять від системи.

ККД такого нагрівання десь біля 50% за умовою. $\eta = \frac{Q_{\text{тепл}}}{q \Delta m}$

$Q_{\text{тепл}}$ – сумарна кількість теплоти, що отримана водою, алюмінієвою посудиною та втрачена ними внаслідок випаровування та теплообміну з навколишнім середовищем.

Поділимо чисельник і знаменник дробу на Δt - часовий інтервал, для якого проводяться розрахунки. Часовий інтервал варто брати такий, на якому температура від часу залежить лінійно. Та виразимо пізніше теплоту згорання: $q = \frac{P_{\text{тепл}}}{\eta \frac{\Delta m}{\Delta t}}$

Тут $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ – швидкість згорання свічки, що може вважатись сталою величиною.

$P_{\text{тепл}}$ – швидкість отримання тепла водою та навколишнім середовищем від посудини з водою.

Табличне значення для парафіну в межах 42-46 МДж/кг.

Експериментальний тур 8 клас Задача №1.

Обладнання: Групове: сірники; великі настінні годинники; мірний стакан; ємність з водою;

- Індивідуальне:

- свічка;
- підкладка для свічки;
- алюмінієвий стакан від калориметра відомої маси (40 г);
- термометр;
- штатив шкільний з лапкою;
- міліметровий папір.

Завдання:

1. Експериментально дослідити залежність температури води від часу у процесі нагрівання полум'ям свічки. Побудуйте графік цієї залежності.
2. З урахуванням експериментальних даних побудуйте залежність теплової потужності, що передається алюмінієвому стакану з водою, від температури води.
3. Поясніть отримані залежності.

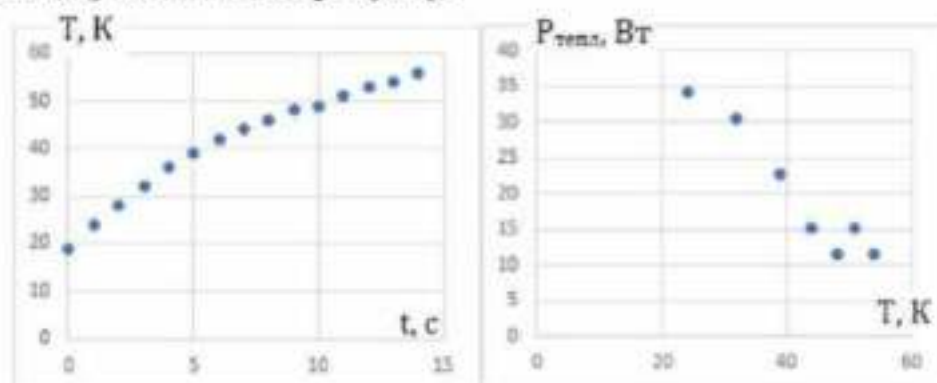
УВАГА! Стакан з водою після експерименту ставте на серветку. Не забрудніть парту та руки!

Рекомендації: В алюмінієвий стакан наливати 100 мл води. Воду нагрівати не більше ніж 55 °С!

Вважати, що температура стакану весь час співпадає з температурою води в ній. Довідкові дані: $c_n = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, $c_k = 904 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$.

Виконання завдання

1. Алюмінієвий стакан підвішуємо до лапки штативу. Термометр поміщаємо в калориметр. Калориметр розміщуємо на такій висоті, щоб полум'я свічки торкалося дна посудини. Потрібне розташування калориметра регулюємо штативом.
2. Маса стакану відома. Необхідну кількість води (згідно рекомендацій) відмірюємо із ємності з водою.
3. Запалюємо свічку, нагріваємо воду і записуємо її температуру по мірі нагрівання води. Воду нагріваємо не більше ніж 55°C ! Гасимо свічку.
4. Будуємо перший необхідний графік залежності температури від часу. Зазвичай, якщо води не дуже мало, то характерна залежність температури води від часу показана на рисунку.



Розраховуємо потужність, що йде на нагрівання води і калориметра з рівності

$$(c_k m_k + m_w c_w) \Delta T = P_{\text{нагр}} \Delta t.$$

Її розраховуємо за різних температур. $P_{\text{нагр}}$ зменшується в міру нагрівання (збільшення температури).

Будуємо на міліметровому аркуші другий необхідний графік.

Якщо все зробити більш-менш правильно, то максимальна (початкова) теплова потужність свічки в якості нагрівача становить 25-35 Вт.

Звертаємо увагу, що це графік залежності потужності, що йде на нагрівання, від часу. Теплова потужність свічки, як нагрівника залишається сталою.

Експериментальний тур 8 клас Задача 2.

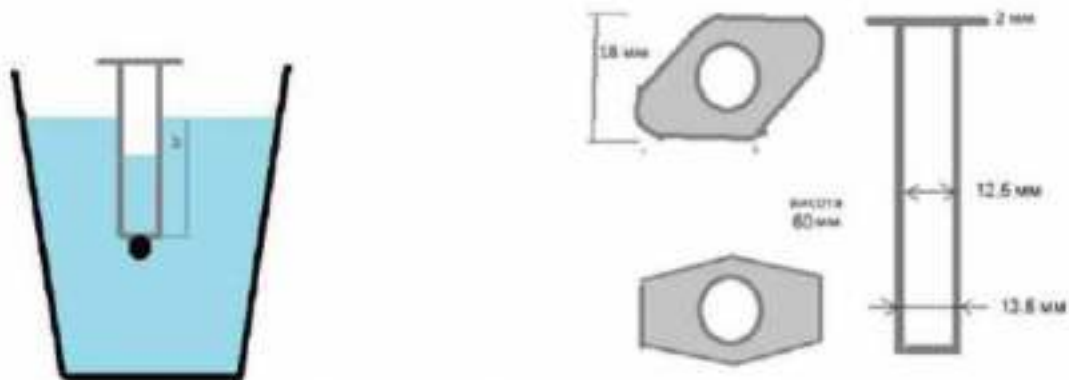
Обладнання: Групове: пластилін; вода; нитки швацькі

Індивідуальне:

- міліметрова стрічка;
- сталевая кулька масою 0,9 г;
- пластиковий стаканчик на 250 мл;
- основа шприцу на 5 мл без голки, вихідної трубки та поршня;

Завдання:

Визначте густину матеріалу шприца. Вважати густину води рівною $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ та густину сталі $7800 \text{ кг}/\text{м}^3$.



Учніам пропонується визначити окремо масу частини шприцу методом гідростатичного зважування і об'єм - методом розрахунку (оцінки).

1. Якщо кинути шприц (насправді його частину) в воду, то він плаває на поверхні. Отже його густина менша за густину води.

2. В шприці відрізаний вихідний клапан, який можна закрити маленьким шматочком пластиліну (так, щоб його маса була незначна). Дана конструкція навіть і при наливанні всередину форми певної кількості води не плаває вертикально. Тому до пластиліну ззовні форми можна прикріпити сталеву кульку відомої маси. Примітка: кульку можна кинути і всередину форми, але потім потрібно врахувати це в аналогічне рівняння рівноваги.

Тепер конструкція при наливанні в неї деякої кількості води (потрібно підібрати) плаває вертикально. Позначки на шприці дозволяють визначити масу води всередині шприца.

3. Складаємо рівняння рівноваги:

Сумарна сила тяжіння кульки, частини шприца (шукаємо) і води всередині шприца дорівнює силі Архімеда що діє на шприц та кульку.

$$m_{кул}g + m_{ш}g + m_{вод}g = \rho_{вод}V_{з.ч.}g$$

Маса кульки дана. Масу води визначаємо по поділках шприца. Об'єм зануреної частини $V_{з.ч.} = h \cdot S_{осн} + V_{кул}$. Площу основи визначаємо через зовнішній діаметр циліндру $d_з$. Його можна виміряти або за допомогою нитки, або за допомогою смужки паперу (намотуванням). Маса частини шприца лежить в межах 1.88 – 1.93 г.

4. Знаходження об'єму пластику шприца.

Внутрішній діаметр циліндру $d_в$ можна виміряти знаючи, об'єм води в циліндрі по поділках і висоті стовпчика.

$$\text{Об'єм стінок циліндра: } \frac{\pi}{4} (13.5^2 - 12.5^2) \cdot 60 \approx 1225 \text{ мм}^3$$

Об'єм верхньої частини можна знайти наступним чином. Якщо нижню основу вставити в отвір верхньої виїде фігура, що нагадує призму з основою у вигляді шестикутника, площа якого становить близько 404 мм^2 .

Об'єм призми: $400 \cdot 2 = 800 \text{ мм}^3$. Тоді об'єм пластику шприца $V_{ш} \approx 2.025 \text{ см}^3$.

5. Розрахунок густини $\rho_{ш} = \frac{m_{ш}}{V_{ш}} = \frac{1.9}{2.025} = 0.94 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

Експериментальний тур 8клас Задача 3

Обладнання:

- сталева кулька;
- лінійка (50 см);
- штатив з лапкою;
- парта,
- міліметровий папір;

Завдання:

1. Знайдіть частку механічної енергії, яка втрачається під час удару сталевій кульки по поверхні парти за різних значень початкової висоти кульки.
2. Висновки проілюструйте графіком.

Розв'язання.

В даній задачі потрібно піднявши кульку на деяку висоту h_1 (тримаючи лінійку) відпустити її. І спробувати зафіксувати висоту (на фоні лінійки), на яку піднялася кулька після удару h_2 . За необхідності повторити декілька разів. Дослід повторюємо декілька разів. Можна кожного разу відпускати її з попередньої висоти. Таким чином, необхідно проаналізувати втрати енергії при послідовним ударах об поверхню. Результати вносимо в таблицю.

Втрати енергії при ударі визначаємо за формулою $\Delta E = mg(h_1 - h_2)$.

Визначаємо частку втрати механічної енергії $k = (h_1 - h_2)/h_1$ в % чи у вигляді числа. Зображуємо графічно результати вимірювань у вигляді залежності втрати енергії від початкової висоти падіння. В межах висоти кімнати та в межах похибки експерименту результати повинні показати, що втрати майже не залежать від початкової висоти падіння (або хоча б змінюються несуттєво). Похибка визначення висоти складає близько 1 см. Це призведе до того, що розрахований коефіцієнт втрат може мати певний інтервал. Його можна швидко визначити, якщо збільшити/зменшити знайдену висоту на 1 см і визначити інтервал коефіцієнту втрат для кожної висоти. Тоді аналіз кривої проводити легше.

Втрати енергії сильно залежать від типу поверхні. Навіть для твердих поверхонь (чавунна, пластмасова) ці втрати можуть бути дуже великими. Для поверхні стола, що пропонується учням, вони лежать в межах від 20 до 30%.

Приклад результатів на іншій поверхні:

h_1 , см	50	40	30	20
h_{2c} , см	27	22	17,2	11,5
k , %	46,0	45,0	42,7	42,5
інтервал k , %	44.0-48,0	42.5-47,5	39.3-46,0	37.5-47,5

Приклад побудованого графіка

